



## СВЕТ, ЗВУК, ВОЛНЫ

ШКОЛЬНИЦА ОТОХА НАВЕЩАЕТ В БОЛЬНИЦЕ СВОЕГО ОДНОКЛАССНИКА КОУКИ И ПО ЕГО ПРОСЬБЕ ПРИНОСИТ ЕМУ КНИГИ ПО ФИЗИКЕ. БЛАГОДАРЯ ЛЮБОЗНАТЕЛЬНОМУ КОУКИ ОНА УВЛЕКАЕТСЯ ЗАДАЧАМИ, КОТОРЫЕ ВЫХОДЯТ ЗА РАМКИ ШКОЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ. ВМЕСТЕ ДРУЗЬЯ НАХОДЯТ ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ О ТОМ, КАКОГО РАЗМЕРА ДОЛЖНО БЫТЬ ЗЕРКАЛО ПО СРАВНЕНИЮ С ОТРАЖАЕМЫМ ОБЪЕКТОМ И КАК СОЗДАТЬ ИСКУССТВЕННУЮ РАДУГУ, ОБСУЖДАЮТ ПРИРОДУ ВОЛН, ЭФФЕКТ РЕЗОНАНСА И ЭФФЕКТ ДОПЛЕРА, ИНТЕРФЕРЕНЦИЮ И ДИФРАКЦИЮ ВОЛН.

МАНГА ВКЛЮЧАЕТ ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ, А ТАКЖЕ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЙ МАТЕРИАЛ, ОРИЕНТИРОВАННЫЙ НА ИЗУЧЕНИЕ БОЛЕЕ СЛОЖНЫХ ТЕМ: ПРИНЦИП СУПЕРПОЗИЦИИ, РЕШЕНИЕ ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ, ВЫВЕДЕНИЕ ФОРМУЛЫ СКОРОСТИ ЗВУКА.

МАНГА НАПИСАНА ДЛЯ ШКОЛЬНИКОВ И СТУДЕНТОВ, ИНТЕРЕСУЮЩИХСЯ СОВРЕМЕННОЙ ФИЗИКОЙ.

Интернет-магазин:  
[www.dmkpress.com](http://www.dmkpress.com)

Оптовая продажа:  
КТК «Галактика»  
[books@aliens-kniga.ru](mailto:books@aliens-kniga.ru)



ЗАНИМАТЕЛЬНАЯ ФИЗИКА  
СВЕТ, ЗВУК, ВОЛНЫ

# СВЕТ, ЗВУК, ВОЛНЫ

Нитта Хидео  
Фукамори Аки



# Занимательная физика. Свет, звук, волны

Манга

マンガでわかる

# 物理

[光・音・波 編]

新田 英雄 / 著

深森 あき / 作画

トレンド・プロ / 制作



OHM  
Ohmsha

ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ МАНГА

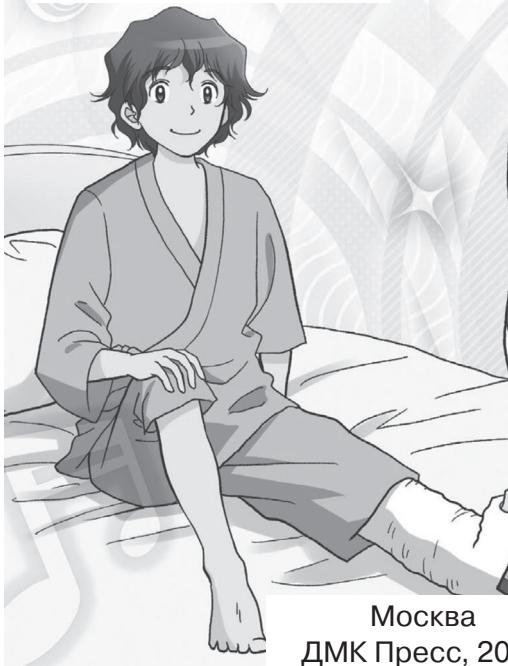
# ЗАНИМАТЕЛЬНАЯ ФИЗИКА

## СВЕТ, ЗВУК, ВОЛНЫ

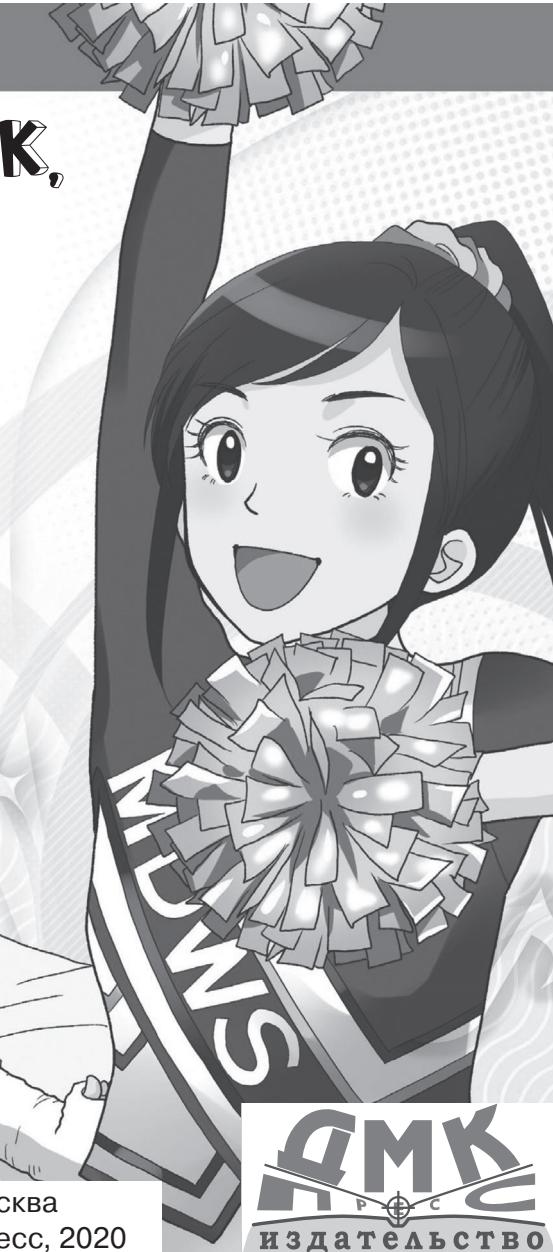
**Нитта Хидео**

**Художник**  
**Фукамори Аки**

**Перевод**  
**С. Л. Плехановой**



Москва  
ДМК Пресс, 2020



**ДМК**  
издательство

УДК 621.315.592

ББК 22.379

Н60

**Нитта Хидео**

Н60 Занимательная физика. Свет, звук и волны. Манга / Нитта Хидео (автор), Фукамори Аки (худ.); пер. с яп. С. Л. Плехановой. – М.: ДМК Пресс, 2020. – 238 с.: ил. – (Серия «Образовательная манга»). – Доп. тит. л. яп.

**ISBN 978-5-97060-809-8**

Аннотация Школьница Отоха навещает в больнице своего одноклассника Коуки и по его просьбе приносит ему книги по физике. Благодаря любознательному Коуки она увлекается вопросами физики, которые выходят за рамки школьной программы. Вместе одноклассники найдут ответы на вопросы о том, какого размера должно быть зеркало по сравнению с отражающим объектом и как создать искусственную радугу, обсудят природу волн, эффект резонанса и эффект Доплера, интерференцию и дифракцию волны и многое другое.

Манга включает лабораторные работы, а также дополнительный материал, ориентированный на изучение более сложных тем: принцип суперпозиции, решение волнового уравнения, выведение формулы скорости звука и др.

Издание предназначено для школьников и студентов, интересующихся научно-техническими дисциплинами.

УДК 621.315.592

ББК 22.379

Manga de Wakaru Butsuri (hikari, oto, nami)

(Manga Guide: Physics:light, sound and wave)

By Nitta Xideo (Author), Fukamori Aki (Illustrator)

Published by Ohmsha, Ltd.

Russian language edition copyright © 2020 by DMK Press

Все права защищены. Никакая часть этого издания не может быть воспроизведена в любой форме или любыми средствами, электронными или механическими, включая фотографирование, ксерокопирование или иные средства копирования или сохранения информации, без письменного разрешения издательства.

ISBN 978-4-274-21820-0 (яп.)

Copyright © 2015 Produced by TREND-PRO Co., Ltd.

ISBN 978-5-97060-809-8 (рус.)

© Перевод, оформление, издание, ДМК Пресс, 2020

# ПРЕДИСЛОВИЕ

---

Свет, звук и волны – очень знакомые нам явления. Как будет рассказано в этой книге, свет и звук также относятся к волновым явлениям, поэтому, чтобы хорошо понять природу света и звука, нужно прежде всего разобраться с основными свойствами волн. Однако понятие «волна» известно своей сложностью, потому что довольно трудно правильно представить ее движение. Не так просто понять, как расходящиеся в пространстве волны меняются с течением времени. Наоборот, если удастся получить правильное представление о движении волн, то само собой получится понять и их свойства.

В этом как раз и состоит задача манги. Как я уже говорил в предисловии к манге «Разбираемся с помощью манги. Физика (механика)», манга – это уникальный инструмент, позволяющий живо представить, как менялось то или иное явление с течением времени. И такое сложное явление, как волна, с помощью манги объяснить проще, чем в учебнике или в видеоуроках.

В данной книге манга чередуется с текстовыми разъяснениями, но, используя разные приемы, например повторяя самые важные моменты, мы постарались сделать так, чтобы, читая только разделы с мангой, можно было получить полное представление о волнах на уровне физики в старших классах. Попробуйте прочитать данную мангу несколько раз, пока нужная информация не отложится в голове. В книге также попадаются некоторые формулы, но если вам они покажутся слишком сложными, то можете просто продолжить чтение, пропуская их. В любом случае я бы хотел, чтобы вы перечитывали эту книгу, так как при повторении материала вы понемногу начинаете понимать неясные поначалу места.

Разделы с текстовыми разъяснениями ориентированы на тех, кто хочет попрактиковаться в теме или узнать о ней побольше. Информация в разделе «Дополнительный материал» дается на базовом уровне физики в старших классах школы, в то время как в разделах «Дополнительный материал. Повышенный уровень» и «Дополнительный материал. Экспертный уровень» информация ориентирована на старшеклассников научно-технических школ и студентов. Особенno сложным является раздел «Дополнительный материал. Экспертный уровень», где используется дифференциальное исчисление. Чтобы разобраться в движении волн, из уравнения выводится волновая функция, и в то же время определяется скорость волны, для чего необходимо хорошее знание математики. Если вам интересны такие процессы, обязательно прочтите раздел «Дополнительный материал. Экспертный уровень».

В завершение я хочу выразить благодарность художнице Фукамори Аки, которая проделала такую трудную работу, как представление в манге теории света, звука и волн. Кроме того, выражаю благодарность компаниям Trend Pro и Ohmsha за подготовку, редактирование и публикацию данной книги.

Октябрь 2015 года  
Нитта Хидео

# СОДЕРЖАНИЕ

<b>Пролог</b> .....	<b>1</b>
<b>Глава 1. СВЕТ</b> .....	<b>9</b>
1 Свет и его отражение .....	10
Лабораторная работа. Твое отражение в зеркале .....	15
Поглощение света. Прозрачность и непрозрачность .....	16
2 Преломление света .....	16
3 Линзы .....	22
Лабораторная работа. Действительное изображение, созданное выпуклой линзой .....	28
4 Дисперсия света и цвета .....	29
Дополнительный материал .....	32
История исследования света .....	32
Причины рассеяния света .....	32
Поглощение света. Прозрачность и непрозрачность .....	34
Тепло солнечного света .....	35
Закон отражения .....	35
Отражение наружного света от окна .....	36
Скорость света и показатель преломления .....	37
Закон преломления .....	38
Формула линзы .....	39
Дисперсия света .....	41
Дополнительный материал. Повышенный уровень .....	42
Как получается радуга? .....	42
<b>Глава 2. ВОЛНЫ</b> .....	<b>45</b>
1 Волны. Основы .....	47
2 Суперпозиция волн .....	67
Дополнительный материал	
Взаимосвязь между графиками «координата-смещение» и «время-смещение» .....	76
Отражение волны .....	77
Дополнительный материал. Повышенный уровень	
Уравнение движения .....	79
Колебания .....	79
Простые колебания и функция синуса .....	81
Уравнение и график синусоидальной волны .....	83
Нормальные волны .....	85

<b>Дополнительный материал. Экспертный уровень</b>	
Дифференциальное уравнение движения . . . . .	87
Уравнение движения и простые колебания . . . . .	87
Волновое уравнение . . . . .	88
Волновое уравнение для поперечной волны . . . . .	91
Скорость продольной волны и модуль Юнга . . . . .	92
Решение волнового уравнения . . . . .	93
Принцип суперпозиции и волновое уравнение . . . . .	94
Развивающая задача . . . . .	95
<b>Глава 3. ЗВУК . . . . .</b>	<b>97</b>
1 Звуковые волны. Основы . . . . .	99
2 Как распространяется звуковая волна? . . . . .	108
<b>Лабораторная работа. Графики «время-смещение» для разных музыкальных инструментов.</b> . . . . .	115
3 Нормальная волна звука и биение . . . . .	119
<b>Лабораторная работа. Биения.</b> . . . . .	130
<b>Дополнительный материал</b>	
Колебания воздуха в воздушном столбе . . . . .	134
Скорость звука . . . . .	137
Скорость поперечной волны, издаваемой струной . . . . .	137
Гамма . . . . .	137
<b>Дополнительный материал. Повышенный уровень</b>	
Уравнение скорости звука . . . . .	140
Тембр и суперпозиция звуковой волны . . . . .	141
Компенсация свободного конца . . . . .	143
<b>Дополнительный материал. Экспертный уровень</b>	
Волновое уравнение для звуковой волны . . . . .	143
Выведение формулы скорости звука . . . . .	146
Связь между смещением газа и изменением плотности . . . . .	147
<b>Глава 4. ЭФФЕКТ ДОПЛЕРА . . . . .</b>	<b>149</b>
1 Как слышится звук, если источник звука движется . . . . .	151
<b>Лабораторная работа. Формула эффекта Доплера для движущегося источника звука</b> . . . . .	156
2 Звук, воспринимаемый при движении наблюдателя . . . . .	159
<b>Лабораторная работа. Формула эффекта Доплера, когда движется наблюдатель</b> . . . . .	163

## Дополнительный материал

Эффект Доплера для случая, когда движутся и источник звука, и наблюдатель .....	169
Принцип работы измерителя скорости .....	171

## Дополнительный материал. Повышенный уровень

Эффект Доплера при диагональном направлении .....	174
Эффект Доплера для света .....	176
Ударная волна .....	176

## Глава 5. СВЕТОВАЯ ВОЛНА .....

1 Интерференция и дифракция волны .....	181
---	-----

### Лабораторная работа. Формула, описывающая области взаимного усиления и взаимного ослабления волн .....

187
-----

2 Частицы и волны .....	191
-------------------------	-----

### Лабораторная работа. Дифракционная решетка и интерференция .....

201
-----

3 Всюду волны .....	205
---------------------	-----

## Дополнительный материал

Энергия и интенсивность волны .....	211
-------------------------------------	-----

В какой среде передаются электромагнитные волны? .....	211
--	-----

## Дополнительный материал. Повышенный уровень

Сферические волны .....	212
-------------------------	-----

Интерференция сферических волн .....	213
--------------------------------------	-----

Корпускулярная и волновая природа .....	214
---	-----

## Дополнительный материал. Экспертный уровень

Уравнение энергии волны .....	215
-------------------------------	-----

Энергия синусоидальной волны .....	216
------------------------------------	-----

## Приложение А. Единицы измерения .....

Основные и производные единицы измерения .....	217
--	-----

Обозначения и названия значений, кратных 10 .....	218
---	-----

Децибелы .....	219
----------------	-----

## Приложение В. Математическая справка .....

Решение задачи со стр. 95 .....	220
---------------------------------	-----

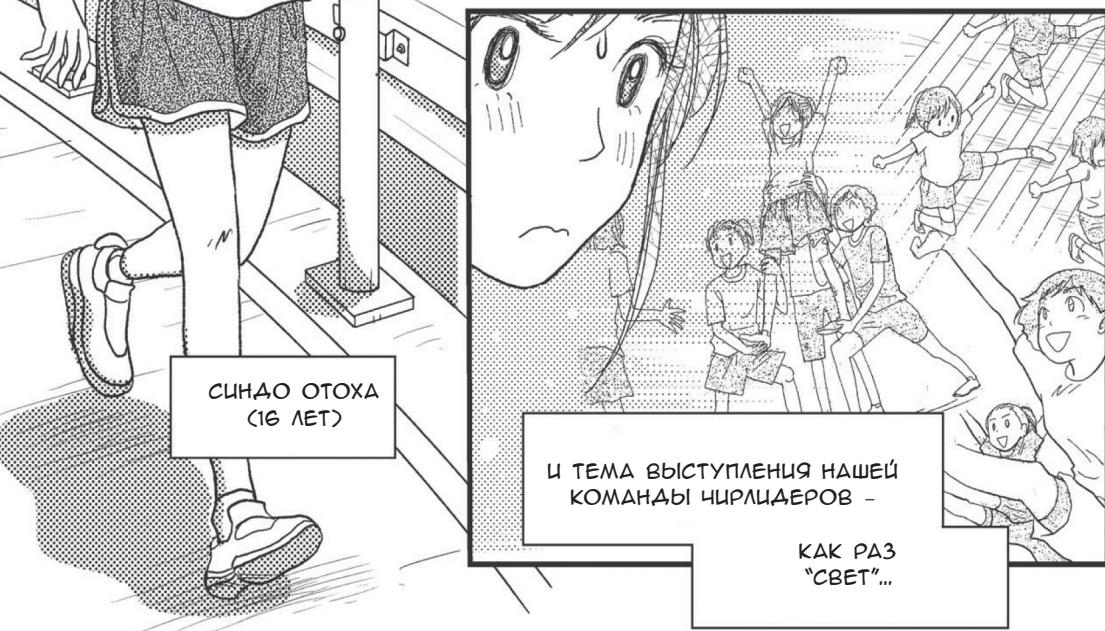
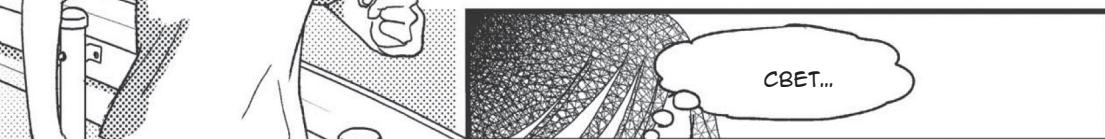
222
-----

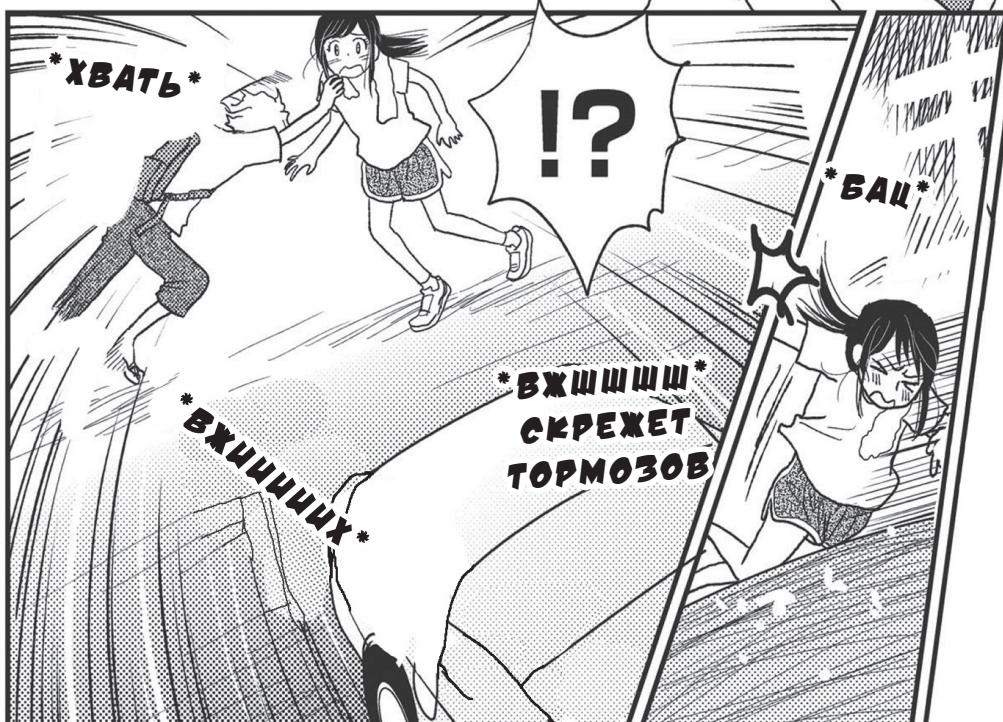
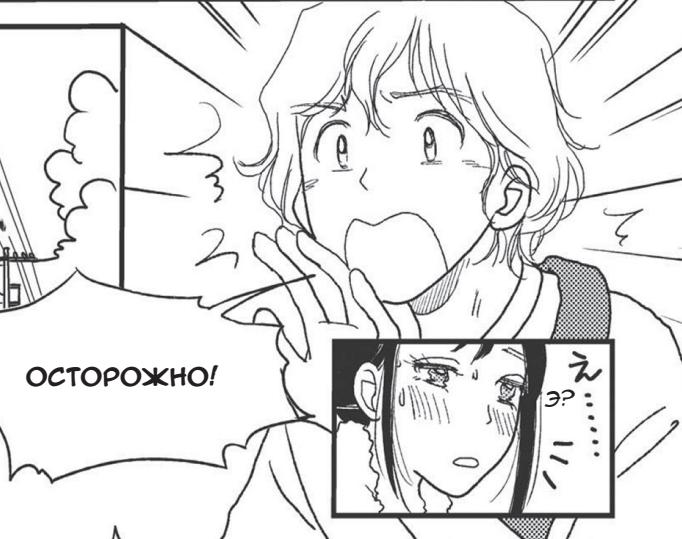
## Предметный указатель .....

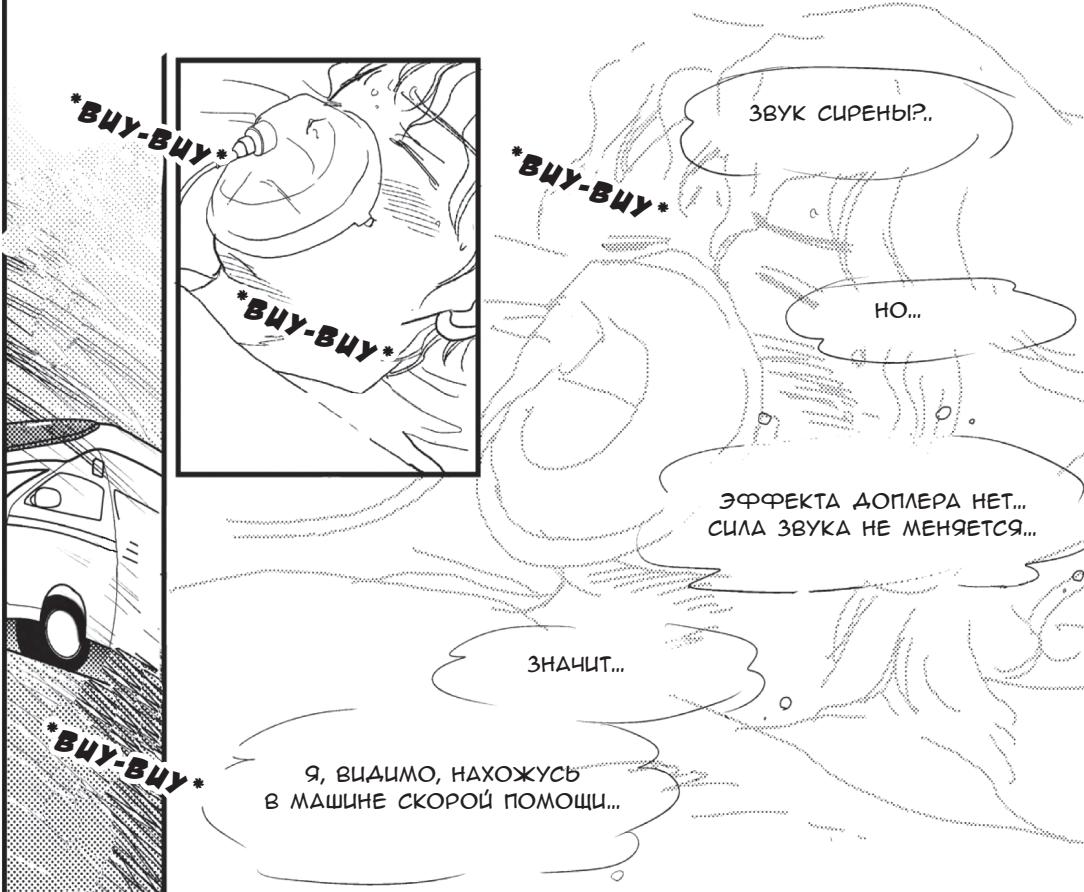
226
-----

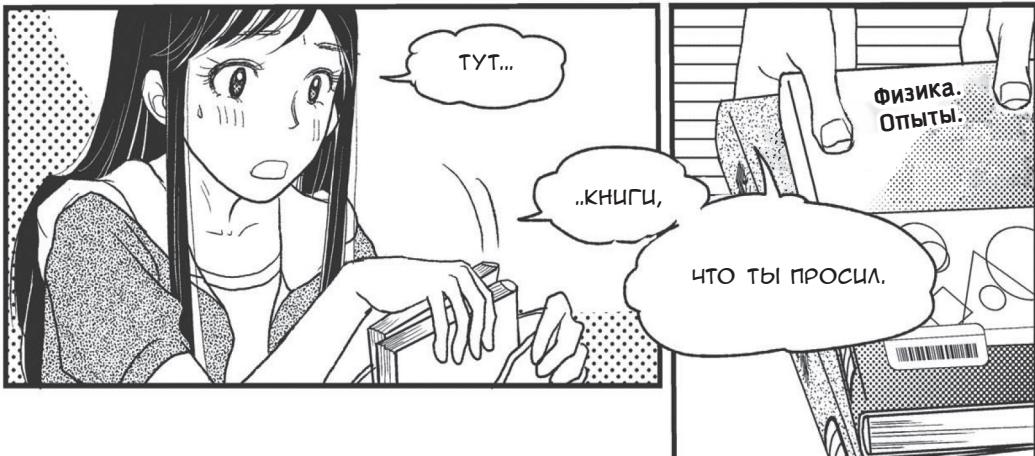
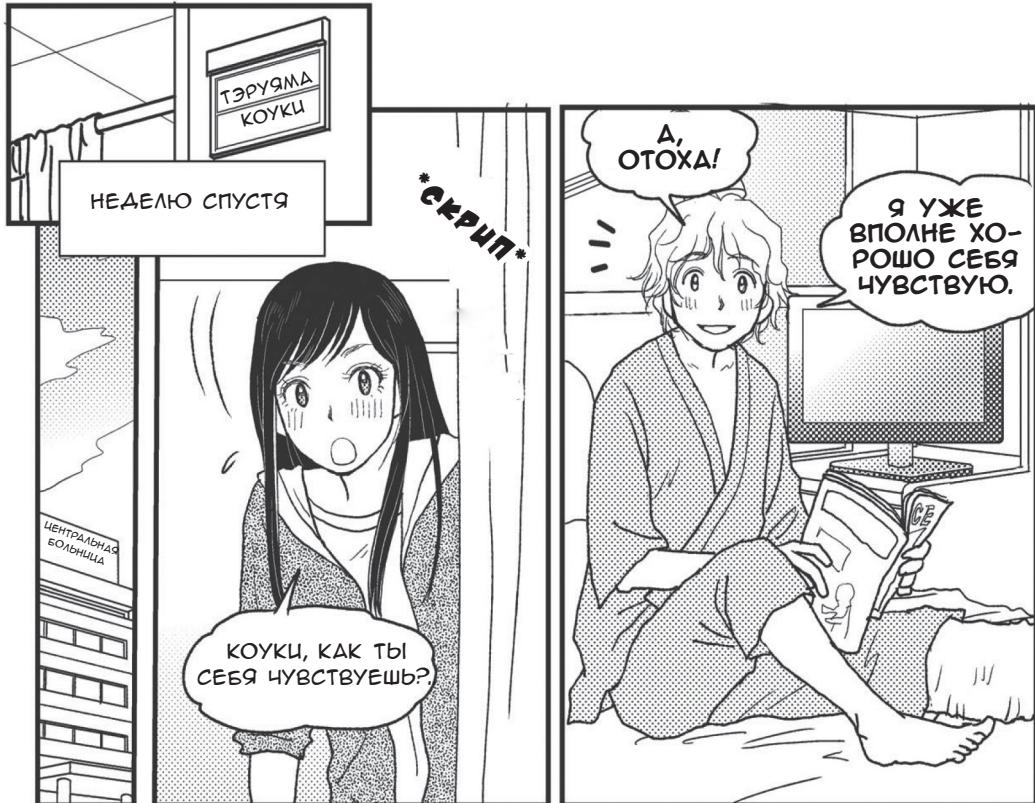
# ПРОЛОГ

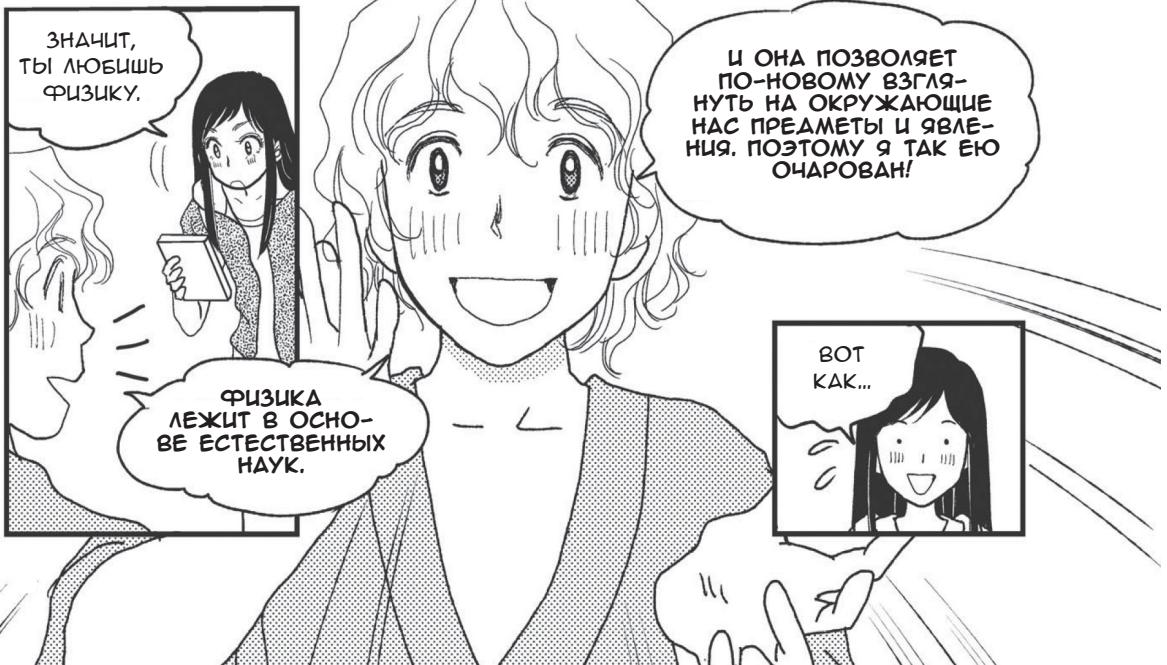


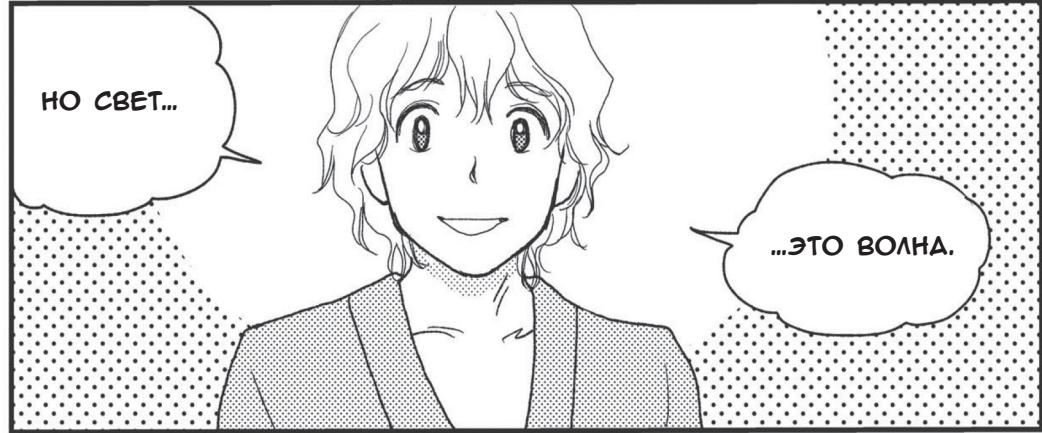


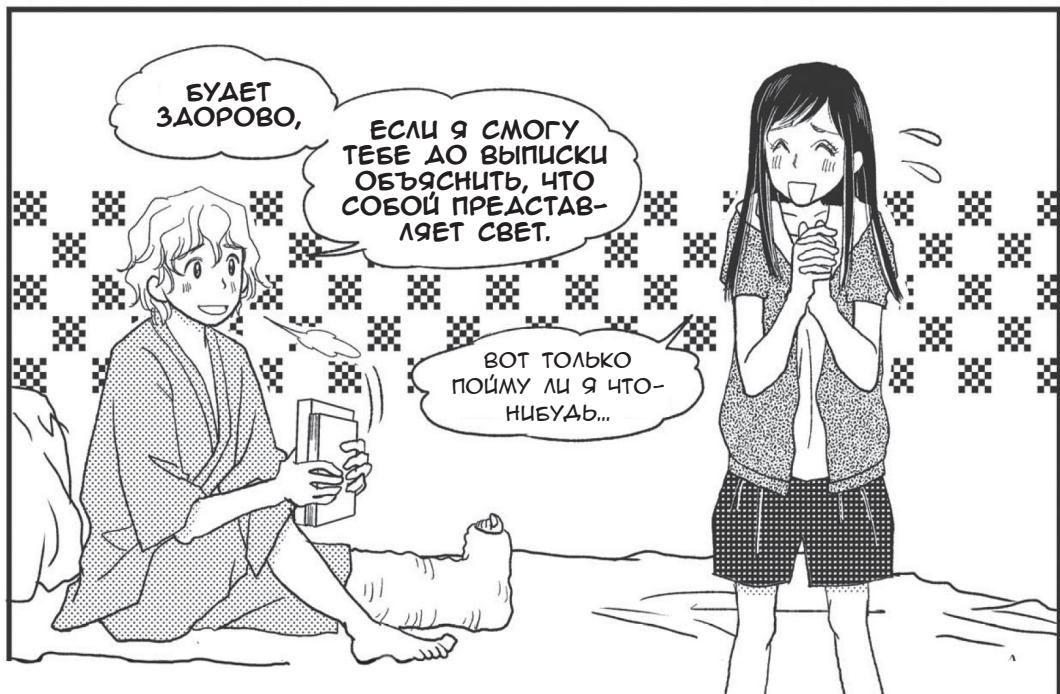
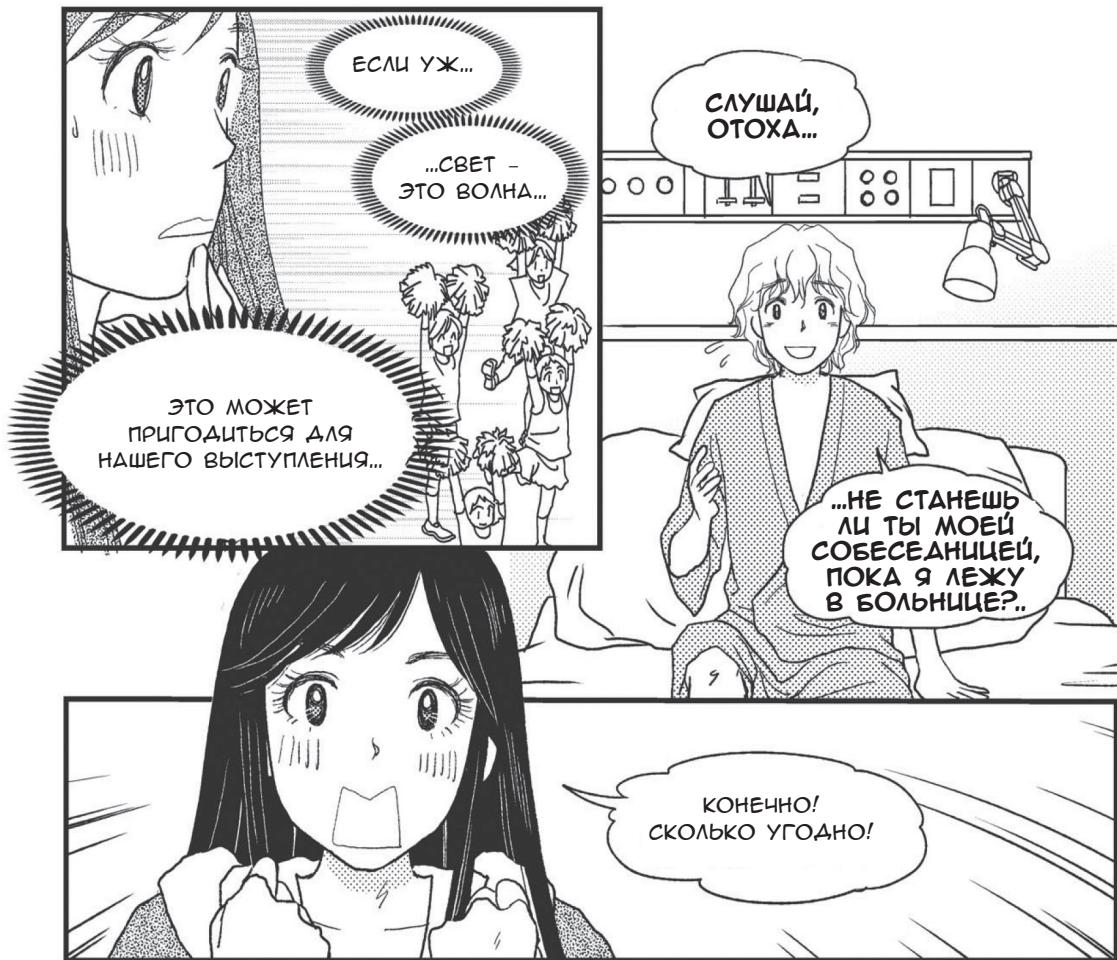






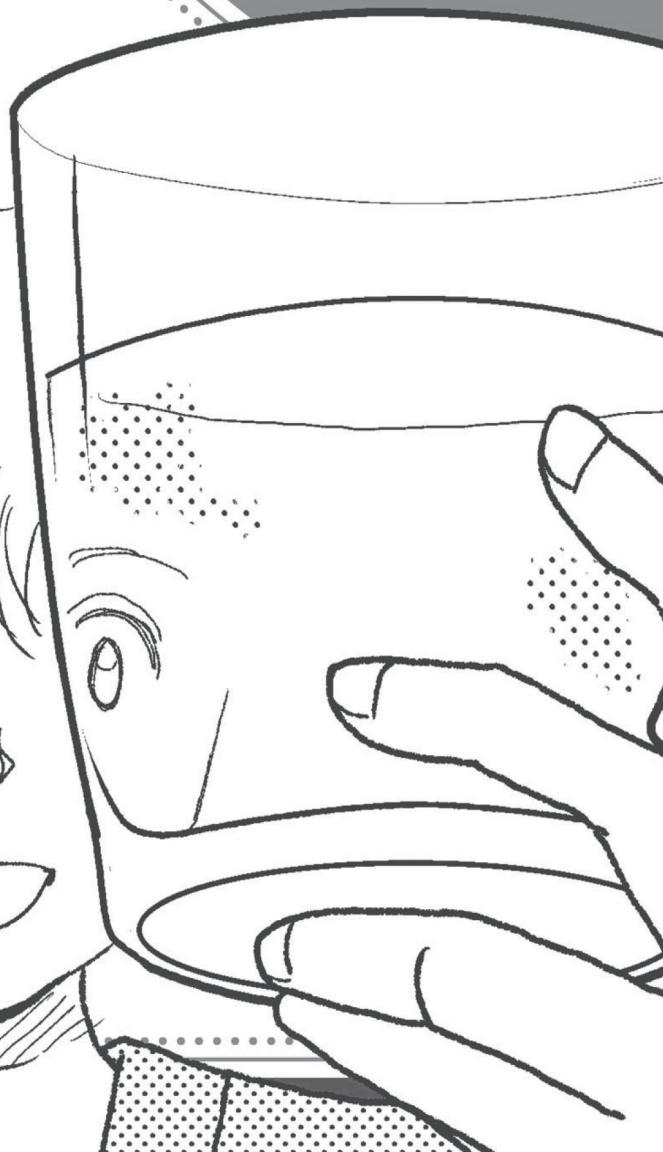




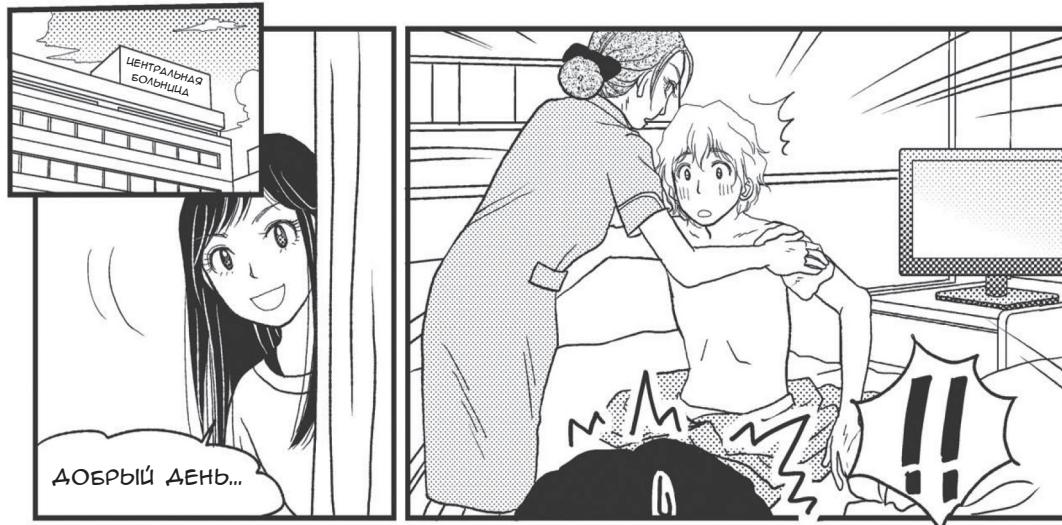


ГЛАВА 1

СВЕТ

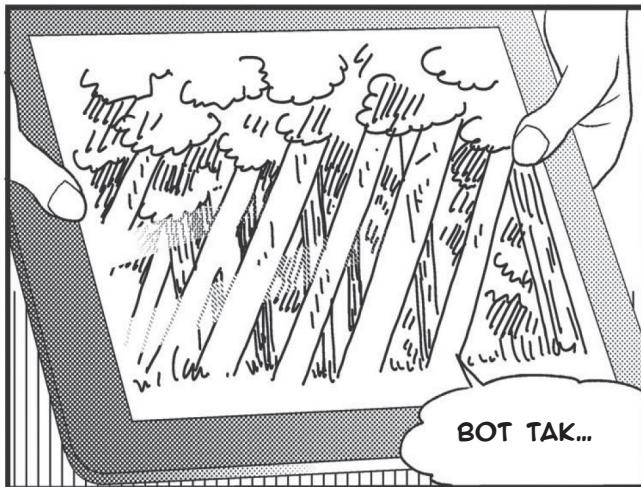


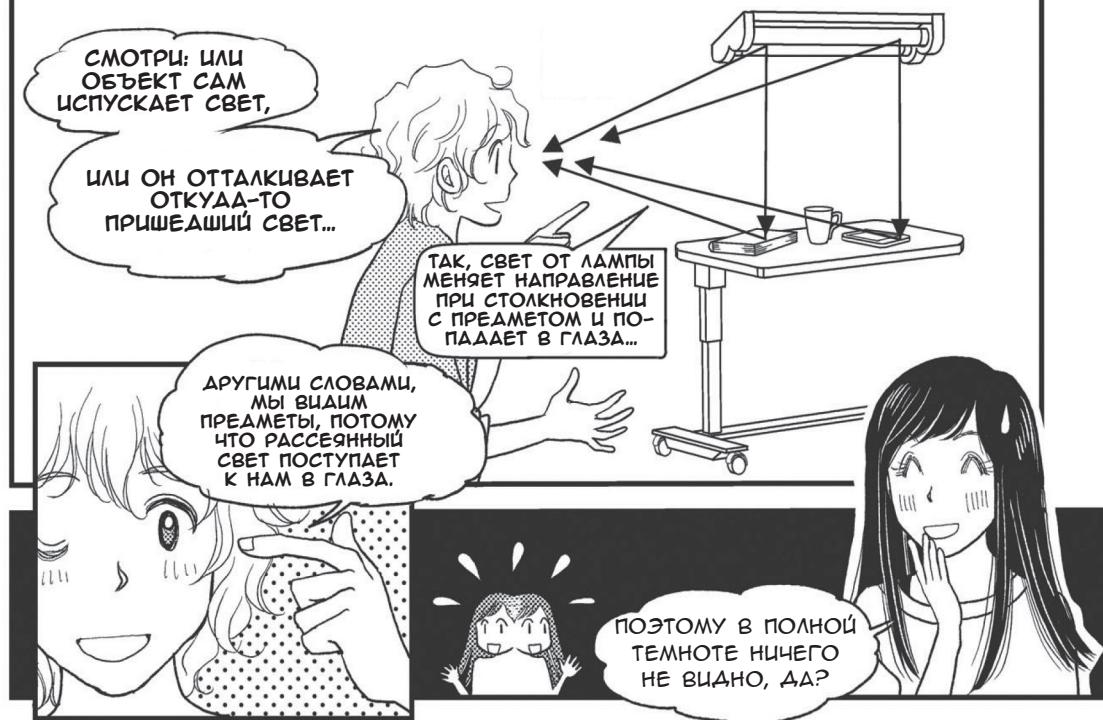
# 1. Свет и его отражение



## • Рассеяние света

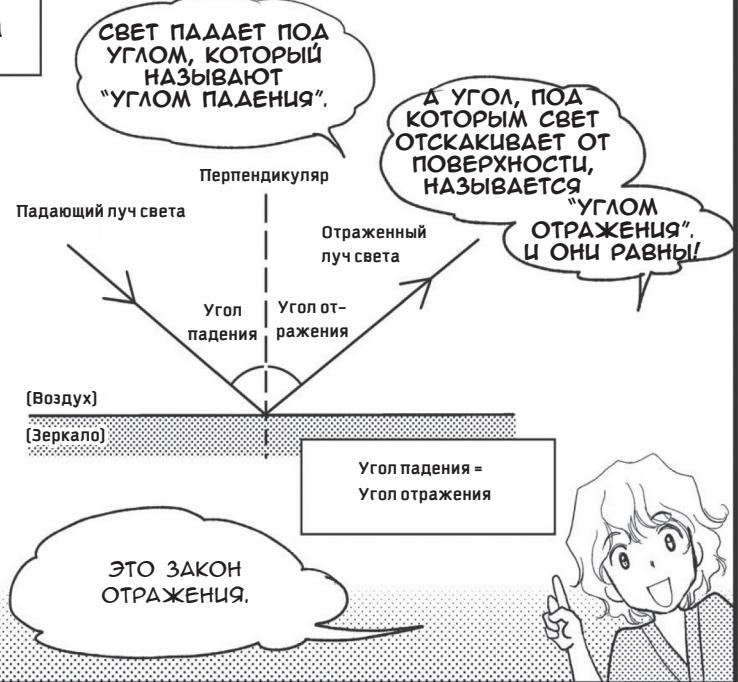


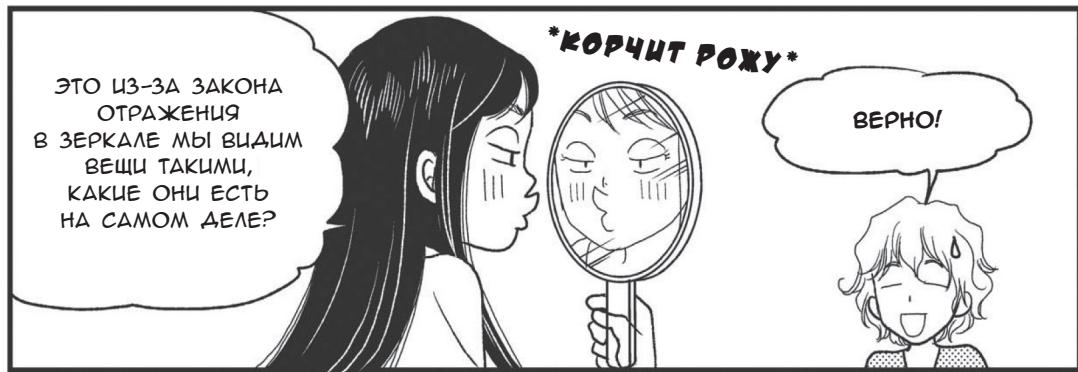




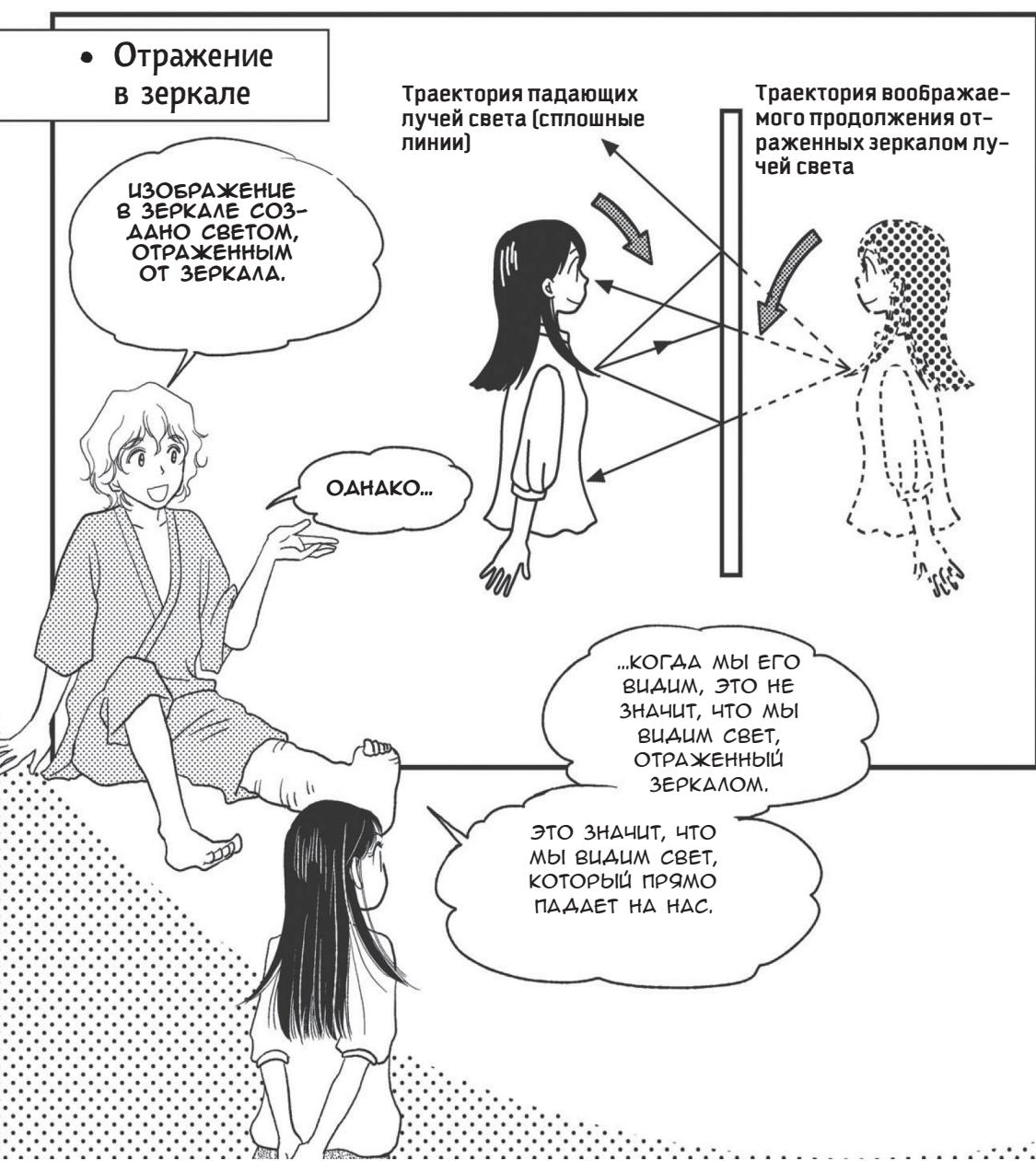
## • Отражение света

ПРОЩЕ ВСЕГО ПОНЯТЬ ЭТО БУДЕТ НА ПРИМЕРЕ ЗЕРКАЛА.





### • Отражение в зеркале



## Лабораторная работа. Твое отражение в зеркале



Решим такую задачу, касающуюся отражения в зеркале. Предположим, что на стене висят три зеркала разной высоты. Какой высоты должно быть зеркало, чтобы отразить тебя целиком?

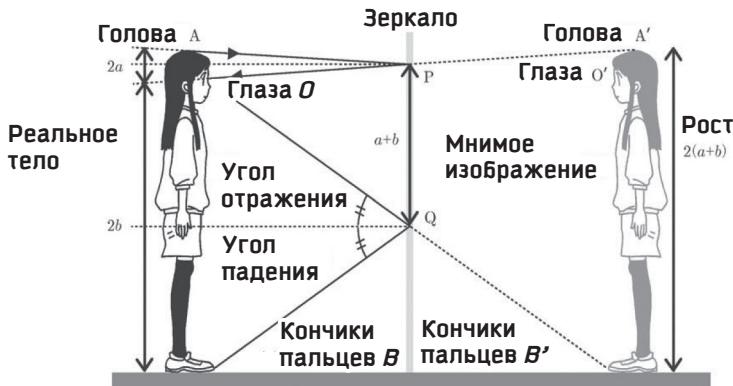
- ① Большой высоты, чем ты.
- ② Такой же высоты, как ты.
- ③ Высоты в половину твоего роста.



Конечно, 1 или 2. Ведь чтобы отразить меня целиком, зеркало должно быть по высоте как минимум с мой рост, разве нет?



А вот и нет! Достаточно высоты и в половину твоего роста! Так что правильным будет ответ 3. Если нарисовать траекторию света, который идет от ног и, отражаясь от зеркала, приходит к глазам, то получится подобие линии  $BQO$  на рисунке ниже. В глазах человека свет выглядит идущим прямолинейно. Поэтому будет казаться, что свет идет по линии  $B'QO$ . Поэтому и в зеркале высотой в половину твоего роста можно будет увидеть свое отражение до ступней ног. Это верно, и если ты стоишь рядом с зеркалом, и если стоишь далеко.



Кстати говоря, весь отраженный зеркалом свет, подобно идущему от ног свету, кажется нам идущим прямолинейно с той стороны зеркала, потому что глаза человека не могут различить идущий от источника свет и отраженный свет. Это нужно просто понять.

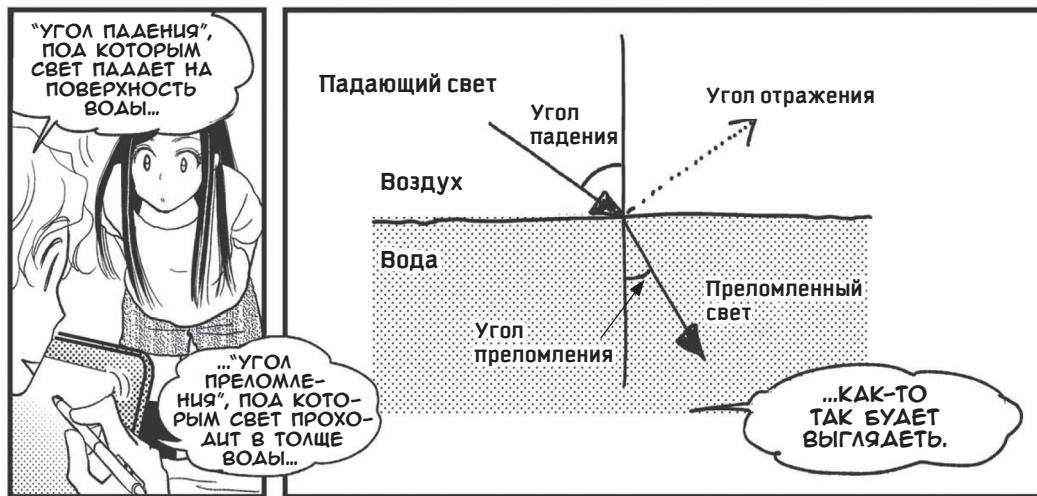
## 2. Преломление света





• Угол падения и угол преломления

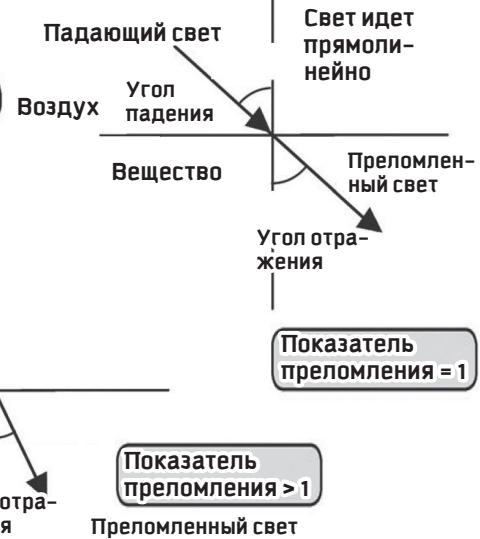






ПОКАЗАТЕЛЬ ПРЕЛОМЛЕНИЯ ВОЗДУХА СЧИТАЕТСЯ РАВНЫМ 1.

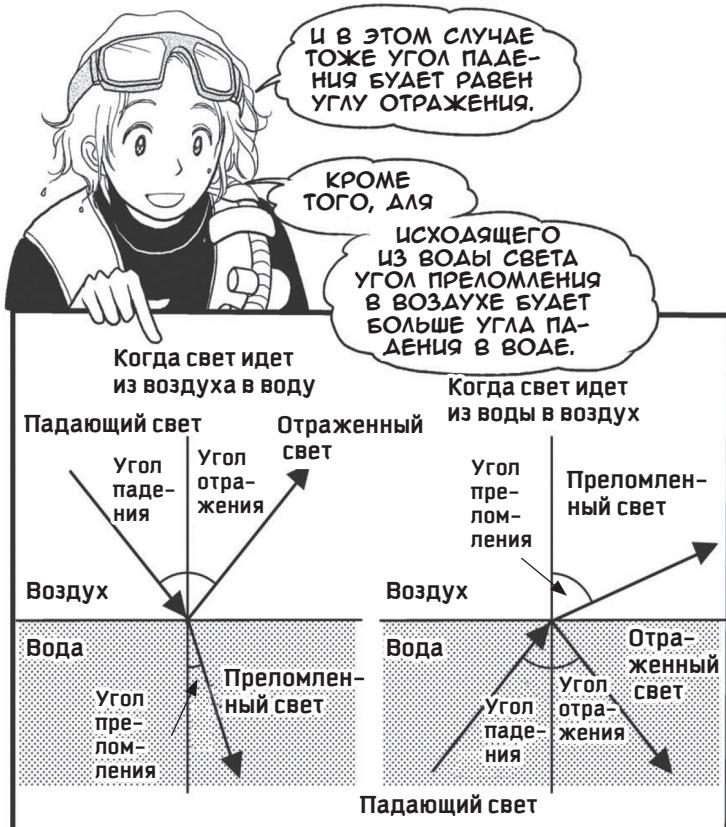
ТАКИМ ОБРАЗОМ, ЕСЛИ У ВЕЩЕСТВА ПОКАЗАТЕЛЬ ПРЕЛОМЛЕНИЯ РАВЕН 1, ТО УГЛУ ПРЕЛОМЛЕНИЯ = УГЛУ ПАДЕНИЯ.

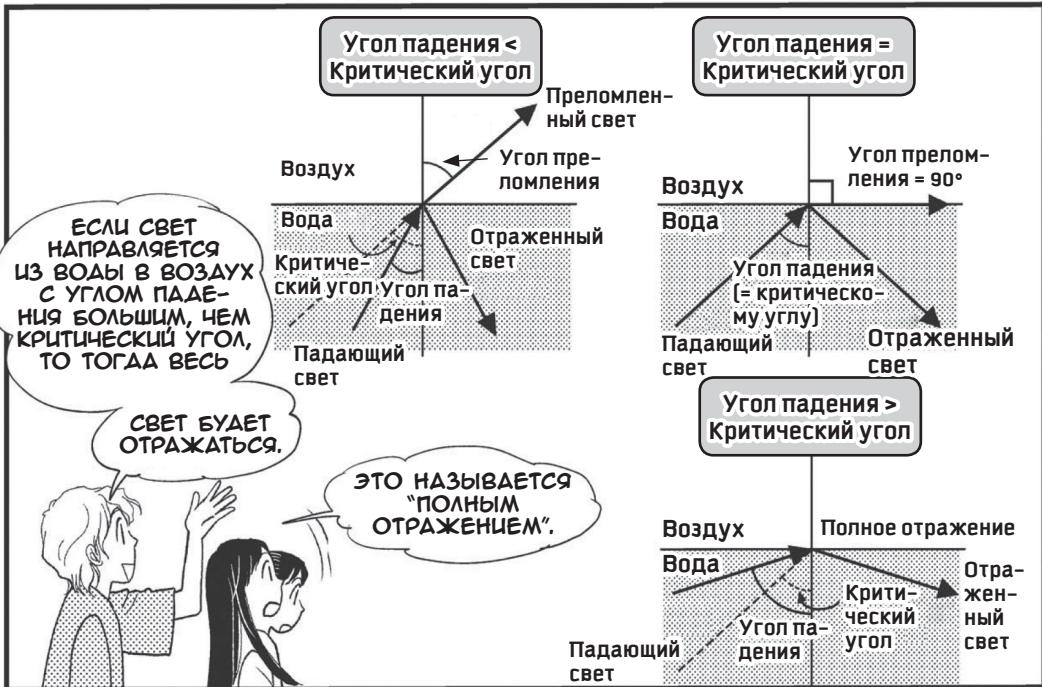


ПОКАЗАТЕЛЬ ПРЕЛОМЛЕНИЯ ВОДЫ РАВЕН 1,3, СТЕКЛА – ОТ 1,4 ДО 2, А У БРИЛЛИАНТА ЭТОТ ПОКАЗАТЕЛЬ РАВЕН 2,4.



## • Критический угол





ИЗ-ЗА ТОГО ЧТО  
СВЕТ, ИСХОДЯЩИЙ ОТ  
НАХОДЯЩИХСЯ В ВОДЕ  
ПРЕДМЕТОВ, ПРЕЛОМЛЯЕТСЯ,  
ИХ ПОЛОЖЕНИЕ ВЫГЛЯДИТ  
СМЕЩЕННЫМ.

ВИДИМАЯ НАМИ  
ТРАЕКТОРИЯ  
СВЕТА, КАК  
БУДОТ ЧАУЩЕГО  
ПРЯМОЛИНЕЙНО

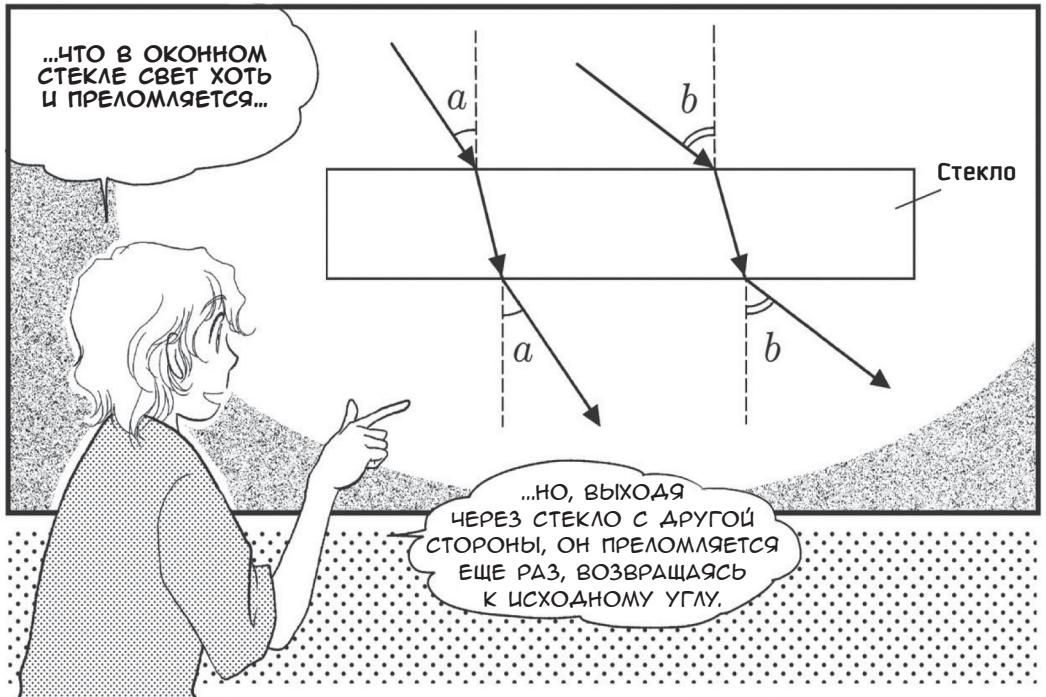
РЕАЛЬНАЯ  
ТРАЕКТО-  
РИЯ СВЕТА



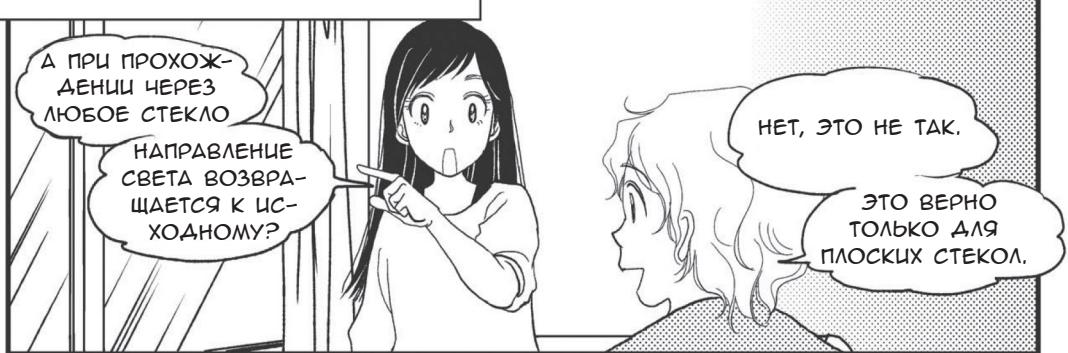
### 3. Линзы

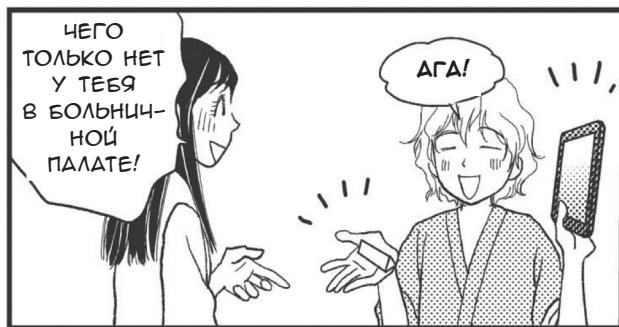
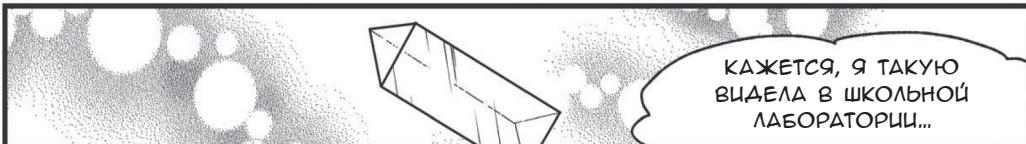
- Плоское стекло и преломление

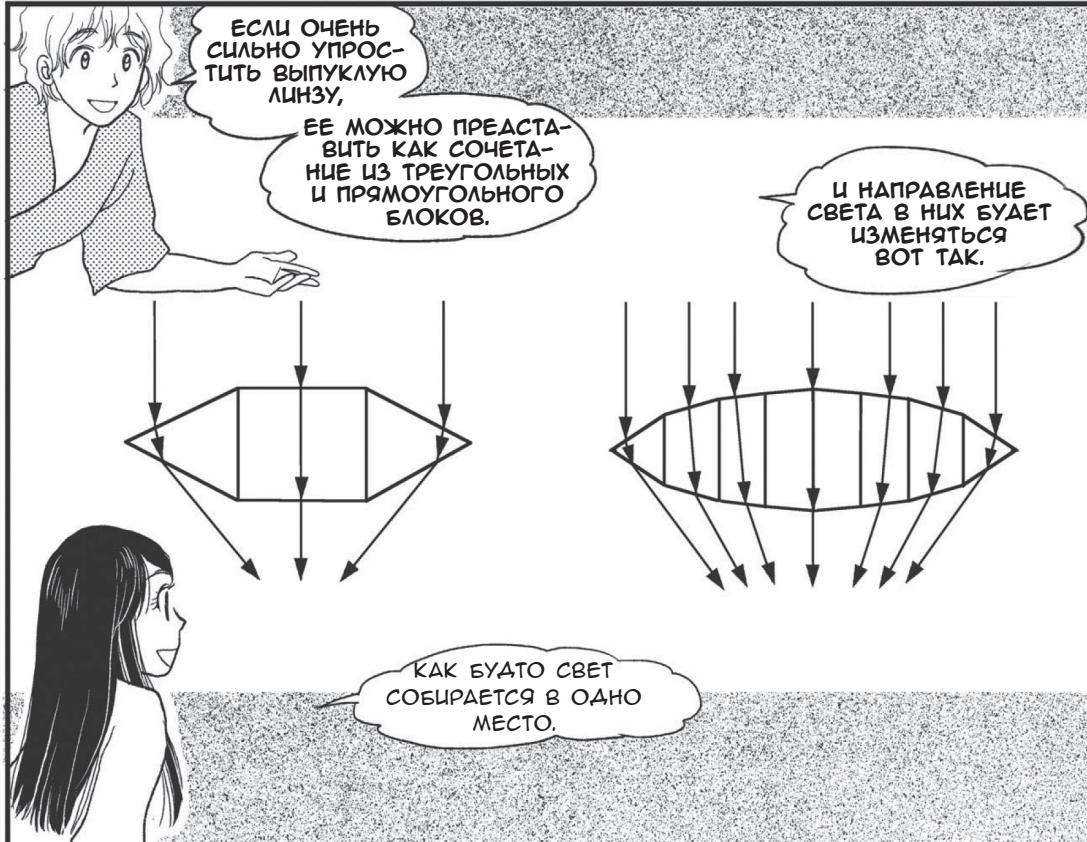
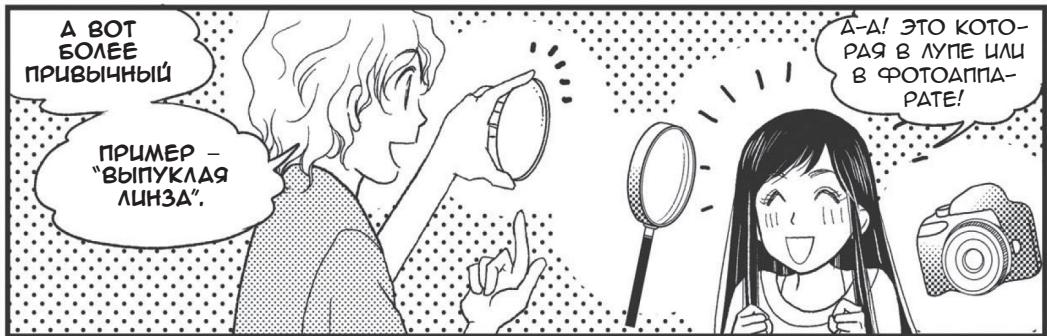
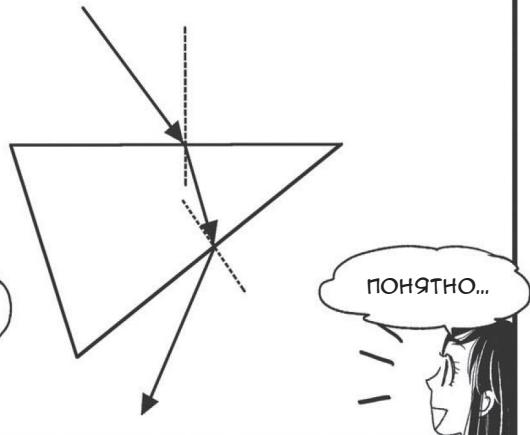




- Когда поверхность не плоская



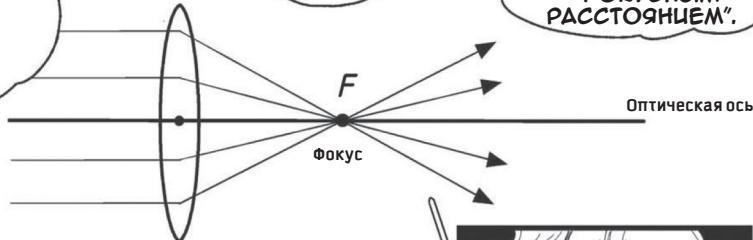




НА САМОМ ДЕЛЕ ВЫПУКЛАЯ ЛИНЗА ТАК И ДЕЛАЕТСЯ, ЧТОБЫ СВЕТ СОБРАЛСЯ В ОДНОЙ ТОЧКЕ.

ТОЧКА  $F$ , В КОТОРОЙ СОБИРАЕТСЯ СВЕТ, НАЗЫВАЕТСЯ "ФОКУСОМ".

А РАССТОЯНИЕ ОТ ЦЕНТРА ЛИНЗЫ ДО ФОКУСА НАЗЫВАЕТСЯ "ФОКУСНЫМ РАССТОЯНИЕМ".



КСТАТИ, ЛИНИЯ, СОЕДИНЯЮЩАЯ ЦЕНТР ЛИНЗЫ И ФОКУС, НАЗЫВАЕТСЯ "ОПТИЧЕСКОЙ ОСЬЮ".



ТАК ПРЕДМЕТЫ КАЖУТСЯ БОЛЬШЕ, ПОТОМУ ЧТО СВЕТ ПРЕЛОМЛЯЕТСЯ?

ТО, КАК ВЫГЛЯДЯТ

ПРЕДМЕТЫ В ЛИНЗЕ, ЗАВИСИТ ОТ СООТНОШЕНИЯ МЕСТОПОЛОЖЕНИЯ ПРЕДМЕТА И ФОКУСА ЛИНЗЫ.



ЕСЛИ ХОЧЕШЬ УВЕЛИЧИТЬ ИЗОБРАЖЕНИЕ ПРЕДМЕТА, НАДО ПОМЕСТИТЬ ЕГО МЕЖДУ ЛИНЗОЙ И ЕЕ ФОКУСОМ.

ПРЕДСТАВЛЯМ, ЧТО ЭТО СВЕЧА.

И СКОНЦЕНТРИРУЕМСЯ ТОЛЬКО НА КОНЧИКЕ ЕЕ ПЛАМЕНИ.



ЕСЛИ СВЕЧА НАХОДИТСЯ БЛИЖЕ К ЛИНЗЕ, ЧЕМ ЕЕ ФОКУС, ТО СВЕТ ИЗ ТОЧКИ А БУДЕТ ПРЕЛОМЛЯТЬСЯ, КАК ЭТО НАРИСОВАНО СЛОШНОЙ ЛИНИЕЙ.

А ТОГДА В НАШИХ

ГЛАЗАХ С ТОЙ СТОРОНЫ ЛИНЗЫ ЭТА ЛИНИЯ ПРОДОЛЖИТСЯ, КАК ПОКАЗАНО ПУНКТИРОМ НА РИСУНКЕ, И НАМ БУДЕТ КАЗАТЬСЯ, ЧТО СВЕТ ИСХОДИТ ИЗ ТОЧКИ В.



ПОЭТОМУ, ЗНАЧИТ, ХОТЯ  
РЕАЛЬНАЯ ВЫСОТА  
ПРЕДМЕТА АА', НАМ ОНА  
КАЖЕТСЯ РАВНОЙ ВВ'?

ИМЕННО ТАК.

ВИДИМОЕ НАМИ  
ИЗОБРАЖЕНИЕ  
ВРОДЕ ВВ' НАЗЫВАЕТСЯ  
"МНИМЫМ".

А ТЕПЕРЬ ПОПРО-  
БУЙ ПОСМОТРЕТЬ НА  
ЧТО-ТО, ЧТО НАХО-  
ДИТСЯ ДАЛЬШЕ ОТ  
ВЫПУКЛОЙ ЛИНЗЫ,  
ЧЕМ ЕЕ ФОКУС.

ДАЛЬШЕ?

ПЕЙЗАЖ  
ПОЛУЧИЛ-  
СЯ ПЕРЕ-  
ВЕРНУ-  
ТЫМ...

Реальный  
предмет

1

2

Фокус

Фокус

Действительное  
изображение

ПРОХОДЯ ЧЕ-  
РЕЗ ЛИНЗУ, СВЕТ СО-  
БЫРДАЕСЬ С ДРУГОЙ ЕЕ  
СТОРОНЫ, ВОСПРОИЗ-  
ВОДЯ ФОРМУ СВЕЧИ.

ЭТО НАЗЫВАЕТСЯ  
"ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫМ  
ИЗОБРАЖЕНИЕМ".

ЭТО ИЗОБРАЖЕНИЕ НА-  
ЗЫВАЕТСЯ "ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫМ",  
ПОТОМУ ЧТО ОНО НА САМОМ ДЕ-  
ЛЕ ОБРАЗОВАНО С ЭТОЙ СТОРОНЫ  
ЛИНЗЫ ПОСРЕДСТВОМ СХОДЯЩИХ-  
СЯ ЛУЧЕЙ СВЕТА, ДА?

## Лабораторная работа. Действительное изображение, созданное выпуклой линзой



Закроем верхнюю половину выпуклой линзы черной бумагой, не пропускающей света. Что в этом случае произойдет с изображением свечи?

- ① Изображение исчезнет.
- ② Останется только половина изображения.
- ③ Изображение останется таким же, но потемнеет.

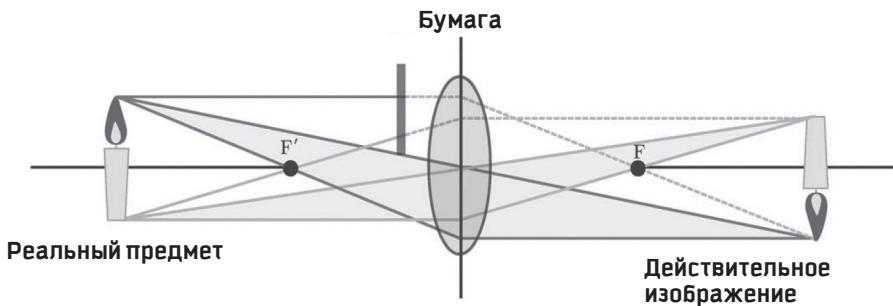


Ну раз закрыта половина линзы, видимо, получится половина изображения, да?



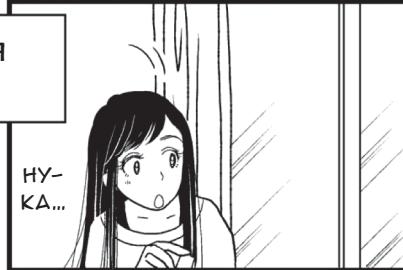
Правильный ответ – 3.

Свет, исходящий от реального предмета, проходит через всю поверхность линзы. Здесь мы изобразим траекторию света тремя линиями, выходящими от верхней, и еще тремя – от нижней границы предмета. Как можно видеть на рисунке ниже, даже если закрыть верхнюю половину линзы бумагой, часть света достигнет положения действительного изображения. Другими словами, свет, проходящий только через нижнюю половину линзы, все равно образует действительное изображение. Однако количество света, создающее изображение, снизится вдвое, поэтому и яркость действительного изображения уменьшится. Свет, исходящий от верхнего и нижнего концов предмета и сформировавший действительное изображение, показан закрашенной областью.



## 4. Дисперсия света и цвета

### • Призма и дисперсия света



ХОТЯ СОЛНЕЧНЫЙ СВЕТ И КАЖЕТСЯ БЕЛЫМ, НА САМОМ ДЕЛЕ ОН СОДЕРЖИТ В СЕБЕ СВЕТ РАЗНЫХ ЦВЕТОВ.



Известная картина

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ - ЭТО ТЕ, ЧТО В МОБИЛЬНЫХ ТЕЛЕФОНАХ?



РАЗНИЦА МЕЖДУ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМИ ВОЛНАМИ В МОБИЛЬНОЙ СВЯЗИ И В ВИДИМОМ

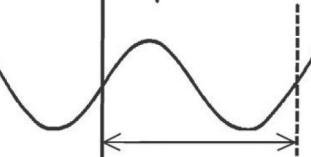
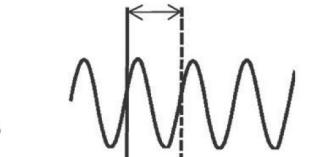
СВЕТЕ СОСТОИТ В АЛИНОЙ ВОЛНЫ.

АЛИНОЙ ВОЛНЫ НАЗЫВАЕТСЯ АЛИНА ОДНОГО УЧАСТКА ВОЛНЫ.



Длина волны

Длина волны маленькая



Длина волны большая

УФФ! КАК НИ СТАРАЮСЬ, НЕ МОГУ ПРЕДСТАВИТЬ, ЧТО СВЕТ - ЭТО ВОЛНА...



Солнечный свет

Ультра-фиолетовые лучи

Фиоле- Синий Зеленый Желтый Оранже- Красный  
тотвый

Видимый свет

Инфра-красные  
лучи

В СОЛНЕЧНОМ СВЕТЕ СОДЕРЖАТСЯ ТАКЖЕ НЕ ВИДИМЫЕ ГЛАЗУ УЛЬТРАФИОЛЕТОВЫЕ И ИНФРАКРАСНЫЕ ЛУЧИ.

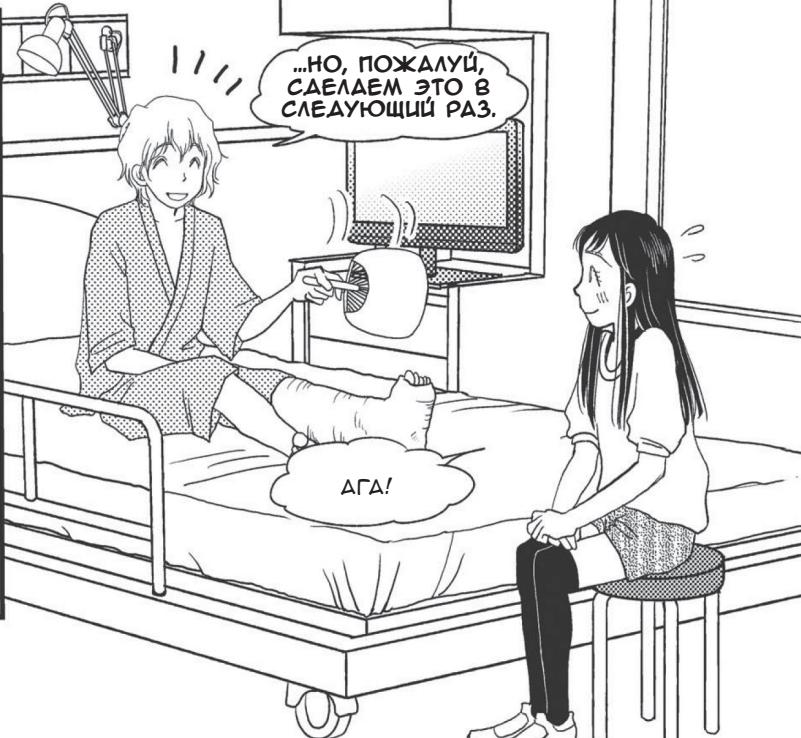
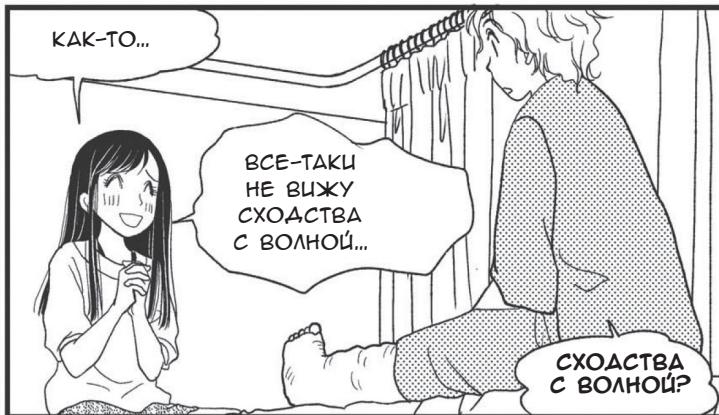
А ТО, ЧТО, ПРОХОДЯ ЧЕРЕЗ ПРИЗМУ, СВЕТ РАЗЛАГАЕТСЯ НА РАЗНЫЕ ЦВЕТА...

Длина волны  
маленькая

Длина волны  
большая

...ЯВЛЯЕТСЯ ОДИНОМ ИЗ ДОКАЗАТЕЛЬСТВ ТОГО, ЧТО СВЕТ - ЭТО ВОЛНА.

РАЗВЕ?



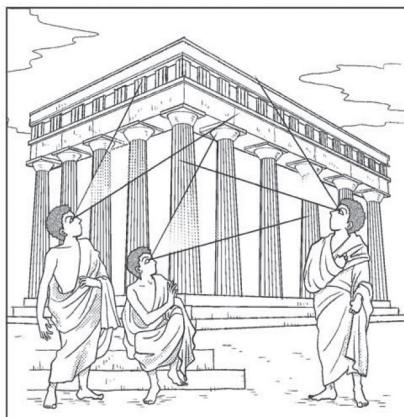
## Дополнительный материал



### История исследования света

Свет играет одну из важнейших ролей в нашей жизни. Поэтому с древнейших времен люди задавались вопросами: «Что такое свет?», «Каковы свойства света?», «Почему мы видим свет?». Например, философы Древней Греции считали, что из наших глаз исходит что-то наподобие лучей света, и когда эти подобия лучей касаются предметов, мы начинаем их видеть (сейчас уже известно, что этот свет, исходящий от предметов, распознается глазами, и мозг перерабатывает полученную от глаз информацию). Однако конкретный механизм обработки изображения мозгом все еще является предметом исследований).

Наука о свете началась с геометрического изучения свойств лучей света. Затем исследования свойств света привели к возникновению двух теорий, споры вокруг которых велись долгие годы: теории, что свет – это частица (корпускулярная теория света), и теории, что свет – это волна (волновая теория света). Этот спор закончился победой волновой теории света, так как было обнаружено явление интерференции света, которое нельзя объяснить иначе, чем волновой природой света. Более того, физики выяснили, что свет является электромагнитной волной, то есть волной, имеющей и электрические, и магнитные свойства. Об этом речь пойдет в главе 5. В этой же мы поговорим о свойствах света.

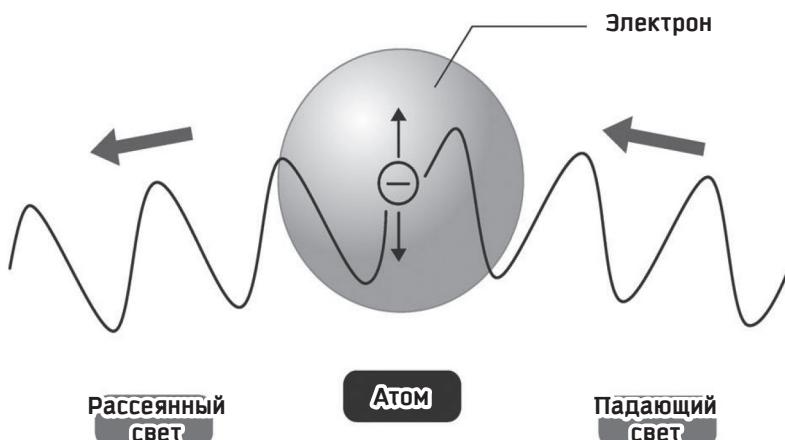


### Причины рассеяния света

Представим себе вакуум, в котором ничего нет. Свет может перемещаться в вакууме. Именно поэтому до нас, живущих на планете Земля, доходит свет от звезд, находящихся очень далеко от Солнечной системы. В вакууме, в котором нет ничего, свет перемещается прямолинейно (если быть совершенно точным, из-за гравитации звезд пространство искривляется, и свет, следя этим пространственным искривлениям, не движется совершенно прямо. Но искривления света очень малы, если только свет не проходит рядом с черными дырами, обладающими сильной гравитацией). Поэтому можно смело считать, что свет от звезд идет практически прямолинейно).

Итак, когда же свет меняет свое направление? Когда он наталкивается на физическое тело. Физические тела состоят из атомов, а атомы состоят из положительно заряженных ядер и отрицательно заряженных электронов. С другой стороны, свет – это разновидность электромагнитной волны. В соответствии с названием электромагнитная волна обладает и электрическими, и магнитными свойствами. В соответствии с электрическими свойствами электромагнитной волны, когда она достигает атома, находящиеся в атоме электроны, получая от электромагнитной волны энергию, начинают колебаться<sup>1</sup>. А тогда согласно с законом электродинамики, гласящим, что «колебание заряда создает электромагнитную волну», теперь уже от электрона исходит электромагнитная волна, которая может пойти в любом направлении (рис. 1). Если рассмотреть это как одно явление от начала и до конца, то получится, что попадающая в атом электромагнитная волна исходит из атома в произвольном направлении. Это и есть основной механизм рассеяния света как электромагнитной волны.

В манге было рассказано, что свет, сталкиваясь с предметами, отражается и рассеивается. Если рассмотреть это на микроуровне, то причиной является рассеяние света внутри атома. Кроме того, причиной так называемого «металлического блеска» металлов является рассеяние света свободно движущимися электронами (свободные электроны) внутри металла.



*Рис. 1. Под воздействием электромагнитной волны электрон колеблется, образуя затем электромагнитную волну*

<sup>1</sup> Имеющее электрический заряд ядро атома под воздействием электромагнитной волны тоже начинает колебаться. Но так как по сравнению с электроном его масса довольно велика (масса протона в 1836 раз больше массы электрона), этими колебаниями протона можно пренебречь.



## Поглощение света. Прозрачность и непрозрачность

Натолкнувшись на физическое тело, свет частично отражается, а частично поглощается физическим телом. Соотношение этих частей зависит от вида физического тела и от того, под каким углом свет соприкоснулся с поверхностью объекта.

Попавший внутрь объекта свет продолжает рассеиваться благодаря атомам физического тела. Как было рассказано выше, рассеяние света возникает из-за колебаний электронов. А колебания электронов означают, что электронам была передана энергия движения. Следовательно, свет теряет эту часть своей энергии. Колеблющиеся электроны, взаимодействуя с ядром атома и с электрической силой, начинают колебать уже весь атом. Другими словами, энергия движения электронов превращается в энергию движения атомов (рис. 2). Более того, так как между атомами физического тела есть сила взаимодействия, когда один атом начинает колебаться, то и другие атомы один за другим повторяют его движения. В результате энергия распространяется по всему физическому телу. Это так называемое «тепловое движение атомов»: температура физического тела тем выше, чем больше тепловое движение его атомов.

Если подвести итог, то передачу и изменение энергии можно описать следующим образом:

Энергия света → Энергия движения электронов → Энергия движения атомов  
→ Тепловая энергия (энергия движения, распространенная по всем атомам физического тела).

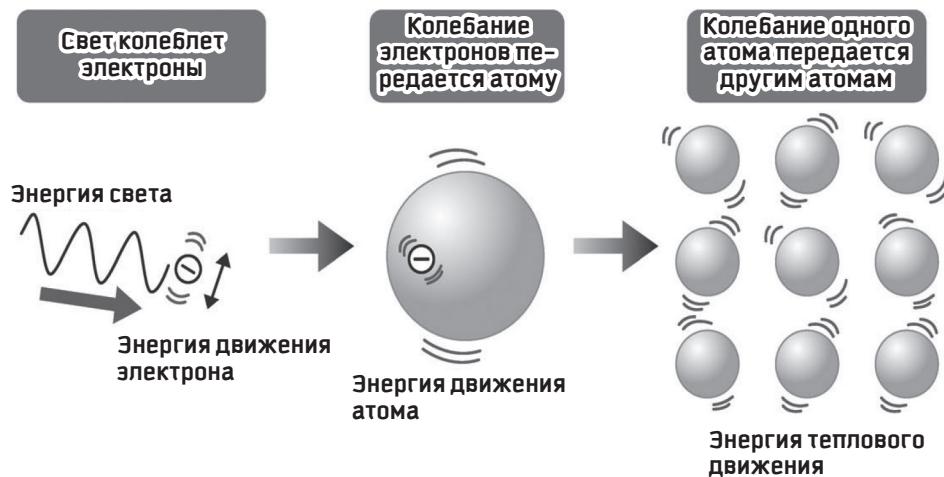


Рис. 2. Поглощение света и превращение энергии

Процесс превращения энергии света внутри объекта в тепловую энергию и представляет собой поглощение света<sup>2</sup>.

Сквозь непрозрачные объекты свет не проходит, а значит, вошедши в них, он полностью поглощается. С другой стороны, через прозрачные объекты и вещества вроде стекла или воды свет проходит, практически не поглощаясь, поэтому мы можем видеть сквозь них. Полупрозрачные объекты поглощают определенную часть света, а оставшийся свет пропускают сквозь себя.



## Тепло солнечного света

Свет является электромагнитной волной, и длина волн света влияет на их свойства. Диапазон длин волн, которые мы можем видеть (от красного цвета с длиной волны около 0,75 мкм до фиолетового цвета с длиной волны около 0,35 мкм), называется «видимым светом». Видимый свет – всего лишь малая часть электромагнитных волн.

Солнце испускает, кроме видимого света, еще и электромагнитные волны с самыми разными длинами волн. Электромагнитные волны с длиной волны большей, чем у красного цвета, называются инфракрасными. И то, что под солнцем мы ощущаем тепло, – в основном заслуга инфракрасных лучей, поглощаемых нашими телами. Степень поглощения света зависит не только от свойств объекта, но и от длины световой волны.

Свет же с длинами волн меньшими, чем у фиолетового цвета, называется ультрафиолетовым. Ультрафиолетовое излучение хорошо вступает в химические реакции. То, что под сильным солнечным светом мы покрываемся загаром, является защитной реакцией кожи на ультрафиолетовое излучение. Другими словами, посредством рассеяния и поглощения света, содержащего ультрафиолетовое излучение, потемневшая кожа защищает наши тела от проникновения ультрафиолетового излучения внутрь, где оно, вступая в химические реакции с нашими тканями, может нанести им вред.



## Закон отражения

Как было рассказано на стр. 13, плоские зеркала и стекло отражают свет. В связи с этим действует следующее правило:

**Угол падения = Угол отражения.**

Это называется «законом отражения». Как показано на рис. 3, угол падения и угол отражения измеряются относительно перпендикуляра (нормальный вектор) к плоскости отражения. На это нужно обращать внимание при измерении углов.

<sup>2</sup> Более того, тепловое движение атомов порождает инфракрасное излучение, которое перемещает энергию из объекта наружу.

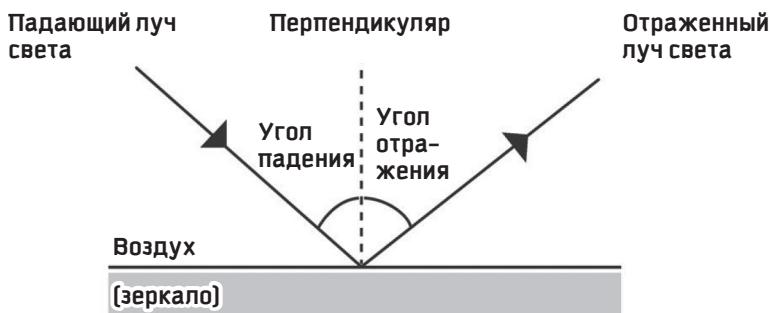


Рис. 3. Измерение углов падения и отражения

А как же тогда свет отражается от искривленных поверхностей вроде металлического шара или кривого зеркала? В этом случае надо представить себе плоскость, проходящую через точку попадания луча света (касательную плоскость). И тогда можно считать, что свет в этой конкретной точке отражается от касательной плоскости (рис. 4).

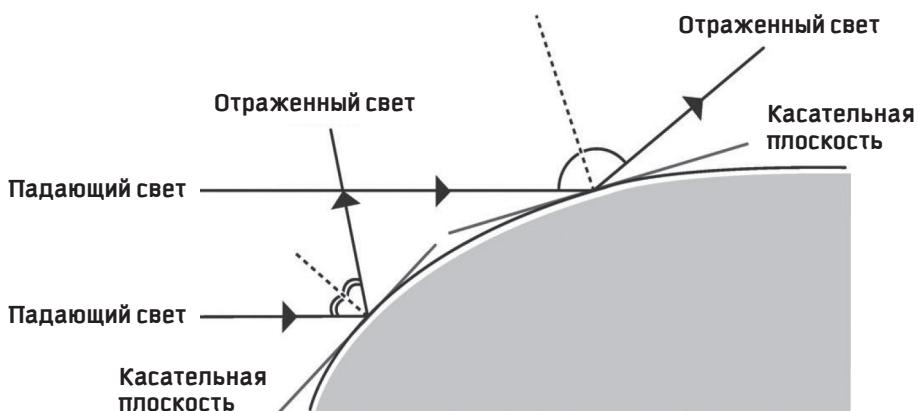


Рис. 4. Отражение света от искривленных поверхностей

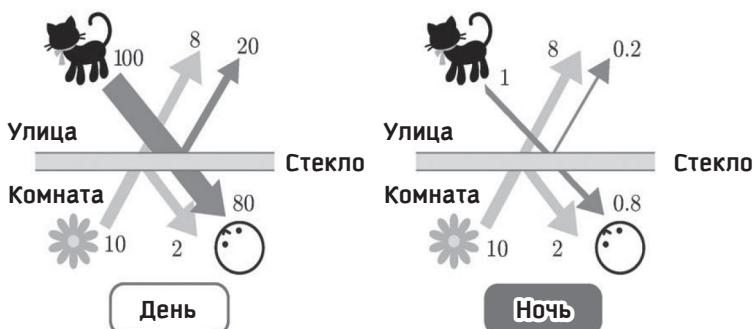


## Отражение наружного света от окна

Когда, находясь в помещении, мы смотрим в окно, то днем нам хорошо виден пейзаж за окном, а в темное время суток мы замечаем, как в зеркале, отражение помещения, и не видим того, что находится снаружи. Почему же так происходит?

На самом деле процент отражения оконным стеклом света одинаков что днем, что ночью. Различается же количество света. Предположим, что у нас есть оконное стекло, которое пропускает 80 % света, а 20 % отражает. Представим, как показано на рис. 5, что сила света, исходящего из комнаты, равна 10, а сила света, исходящего снаружи помещения, равна 100 (это не реальные единицы измерения, а лишь

условные, показывающие соотношение сил света). В этом случае в наши глаза попадет 80 ед. наружного света и 2 ед. комнатного. Поэтому нам будет казаться, что мы видим только наружный пейзаж за окном. В темное же время суток сила наружного света ослабевает до 1, а сила света в помещении остается прежней и равна 10. Поэтому, хотя в наши глаза по-прежнему попадает 2 ед. комнатного света, но сила прошедшего через окно наружного света будет равна всего лишь 0,8. Поэтому-то отраженный комнатный свет будет сильнее, и на окне, как в зеркале, отразится комната.



*Рис. 5. Причины того, что изображения в оконном стекле днем и ночью разные*



## Скорость света и показатель преломления

Скорость света в вакууме обозначается  $c$  и равна:

$$c = 3,0 \times 10^8 \text{ м/с.}$$

Чтобы представить себе эту скорость, вообразите, что наша Земля с радиусом 6371 км в 1 с совершает 7,5 оборота<sup>3</sup>. И как следует из теории относительности Эйнштейна, ни один объект не может передвигаться в вакууме быстрее скорости света.

Однако скорость света в среде отличается от скорости света в вакууме. Если скорость света в среде обозначить как  $c'$ , то относительно скорости света в вакууме она может быть выражена формулой:

$$c' = c/n,$$

где  $n$  – показатель преломления среды. Но если  $n$  показывает отношение скоростей света в вакууме и в среде, то почему же он называется показателем преломления? Это потому, что скорость света в среде напрямую связана с преломлением света, как вы увидите дальше.

<sup>3</sup> Это всего лишь пример. На самом деле свет движется прямолинейно и не может вращаться подобно Земле.

Показатели преломления для некоторых видов среды приведены в табл. 1. Кроме того, показатель преломления зависит от длины световой волны. В табл. 1 приведены показатели для света с длиной волны, равной 583 нм<sup>4</sup>. Показатель преломления воздуха практически равен 1. Это объясняется тем, что плотность частиц в воздухе значительно меньше, чем в жидких или твердых веществах. В воздухе с низкой плотностью атомов свет продвигается без препятствий, почти не рассеиваясь. Поэтому в воздухе свет движется со скоростью, практически неотличимой от скорости света. Поэтому-то показатель преломления близок к 1.

**Таблица 1. Примеры показателей преломления**

Вещество	Показатель преломления
Воздух (см. (1))	1,000292
Вода (см. (2))	1,3334
Парафиновое масло	1,48
Кристалл	1,5443
Оптическое стекло	1,43–2,14
Бриллиант	2,417

- (1) При температуре 0° и атмосферном давлении 1 атм.  
 (2) При температуре 20°.



## Закон преломления

При соприкосновении со стеклом или водой свет частично отражается, а частично проходит насквозь. Проходящий через стекло или воду свет несколько меняет свое направление. Это называется **преломлением света**. Угол преломления света зависит от скорости, с которой он перемещается в среде. Если скорость света в среде 1, из которой свет проникает в среду 2, обозначить  $c_1$ , а скорость света в среде 2 –  $c_2$ , то соотношение между углом падения света  $\theta_1$  и углом отражения  $\theta_2$  выражается формулой:

$$c_1/c_2 = \sin \theta_1 / \sin \theta_2.$$

Это соотношение называется **законом преломления** (также его еще называют **законом Снеллиуса**). Этот закон можно преобразовать, используя показатель преломления. Если показатель преломления среды 1 равен  $n_1$ , а показатель преломления среды 2 –  $n_2$ , то  $c_1 = c/n_1$ , а  $c_2 = c/n_2$ . Тогда получится:

$$n_2/n_1 = \sin \theta_1 / \sin \theta_2.$$

Более того, если обозначить

$$n_2/n_1 = n_{12},$$

<sup>4</sup> Это так называемые «натриевые» D-лучи, испускаемые атомами натрия (оранжевый цвет).

то  $n_{12}$  – относительный показатель преломления второй среды относительно первой, и данный показатель тоже используется для выражения закона преломления. Однако так как относительный показатель преломления не является необходимым с точки зрения физики, в данной книге мы его не будем использовать.

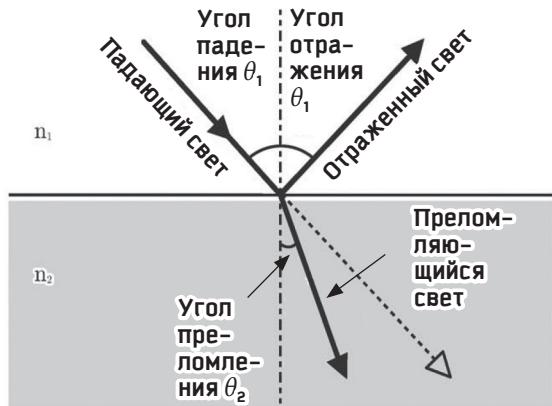


Рис. 6. Угол падения и угол преломления



## Формула линзы

Если принять фокусное расстояние выпуклой линзы за  $f$ , расстояние от линзы до объекта – за  $a$ , а расстояние от линзы до изображения – за  $b$ , то будет выполняться следующее равенство:

$$1/f = 1/a \pm 1/b.$$

Это **формула линзы**. В случае с действительным изображением в формуле используется  $+$ , а в случае с мнимым изображением применяется  $-$ .

Формула линзы определяется геометрически.

**Задание 1. Выведите формулу линзы, используя коэффициент подобия**

### ПОДСКАЗКА

Из рис. 7 и 8 следует, что:

- (i)  $\Delta ABO$  и  $\Delta A'B'O$  подобны;
- (ii)  $\Delta POF$  и  $\Delta A'B'F$  подобны;
- (iii)  $PO = AB$ .

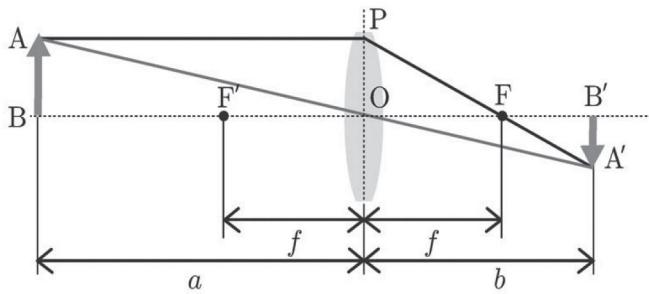


Рис. 7. Объект и действительное изображение

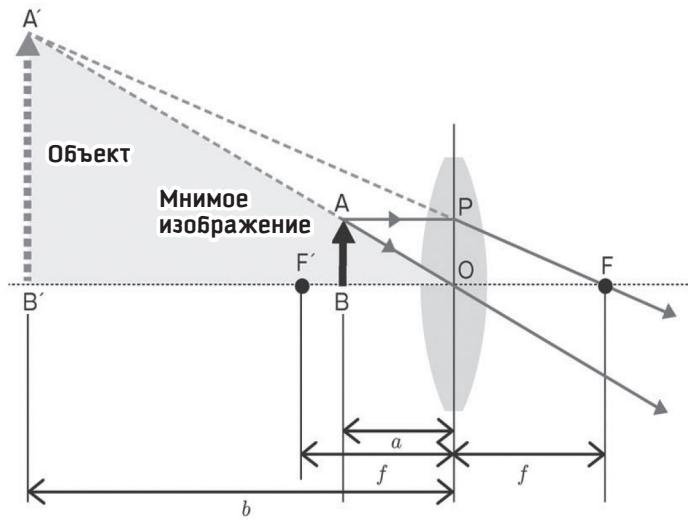


Рис. 8. Объект и мнимое изображение

ОТВЕТ

- (1) Для действительного изображения (рис. 7)  
Из условия (i) следует  $AB : BO = A'B' : B'O$ , поэтому:

$$\frac{b}{A'B'} = \frac{a}{AB}. \quad (1)$$

Также из условия (ii) следует  $PO : OF = A'B' : B'F$ , значит:

$$\frac{f}{PO} = \frac{b-f}{A'B'}. \quad (2)$$

Подставим замену из условия (iii) в формулу (2):

$$\frac{f}{AB} = \frac{b-f}{A'B'}. \quad (3)$$

Перемножим правые и левые части формул (1) и (3), сократим  $AB$  и  $A'B'$  и получим:

$$bf = a(b-f).$$

Преобразуем:

$$ab = (b+a)f.$$

Преобразуем:

$$\frac{1}{f} = \frac{b+a}{ab} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}.$$

Таким образом, мы получили формулу линзы для действительного изображения.

(2) Для мнимого изображения (рис. 8)

Подобно части (1) слева, получаем то же самое, а справа несколько другое значение:

$$\frac{f}{PO} = \frac{b+f}{A'B'}. \quad (2)'$$

Проделав те же преобразования, что и в части (1), но с учетом знака, получим формулу линзы:

$$\frac{1}{f} = \frac{b-a}{ab} = \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$$

для мнимого изображения.



## Дисперсия света

Дисперсией света называется разница в углах преломления света разных цветов. Так как цвет света зависит от длины его волны, значит, и показатель преломления света зависит от длины волны. Что касается видимого света, то чем короче длина волны, тем выше показатель преломления в воде или в стекле. Поэтому при прохождении белого света через призму фиолетовый цвет с короткой длиной волны преломляется сильнее всего, а красный – меньше всего, образуя разложение света на красный, оранжевый, желтый, зеленый, синий и фиолетовый. Подобное же происходит и с радугой, о чем пойдет речь дальше.

То, что солнечный свет, содержащий в себе свет разных цветов, проходя через призму, разлагается на разные цвета, является одним из доказательств того, что свет – это волна.

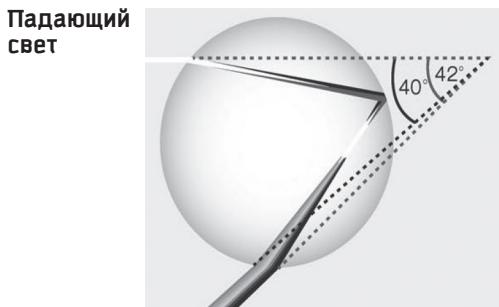
## Дополнительный материал. Повышенный уровень



### Как получается радуга?

Бывает, например, когда после сильного вечернего дождя снова выходит солнце, на противоположном заходящему солнцу крае неба можно увидеть радугу. Кроме того, радугу можно увидеть в горах, когда поднимается туман. В этом случае радуга тоже будет относительно смотрящего человека на стороне, противоположной солнцу.

Радуга является продуктом разложения света множеством водяных капель, которые работают подобно призме. Но, в отличие от призмы, в случае радуги получается разноцветная дуга. Как же возникает радуга?



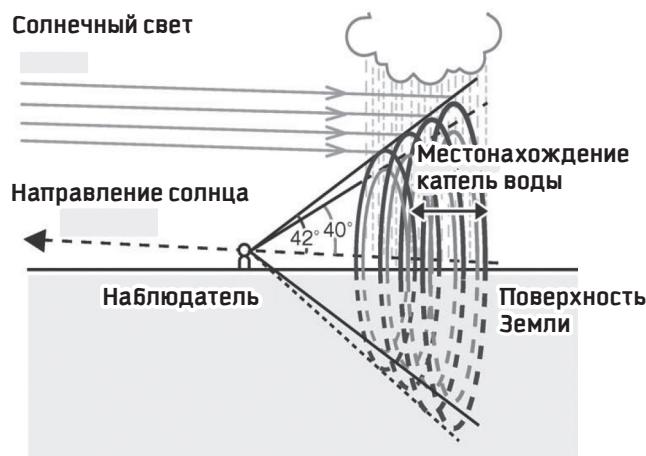
*Рис. 9. Преломление, отражение и дисперсия света в капле воды*

Как показано на рис. 9, солнечный свет, попадая в каплю воды, преломляется и разлагается на цвета. Затем внутри капли воды свет один раз отражается (на самом деле часть света тут выходит наружу, но для упрощения на рисунке изображен только отраженный свет). Потом, выходя из капли воды, свет еще раз преломляется<sup>5</sup>. Попавший в каплю и разложенный по цветам свет выходит под углом  $42^\circ$  для красного цвета и  $40^\circ$  – для фиолетового (дуга радуги красная сверху и фиолетовая снизу); прочие цвета располагаются в этом промежутке.

То, какой цвет мы видим от находящихся далеко от нас капель воды, зависит от того, под каким углом к глазу находятся данные капли. Для красного цвета этот угол самый большой, и поэтому мы видим его наверху радуги, а фиолетовый цвет – внизу. А так как разница между  $40^\circ$  и  $42^\circ$  всего  $2^\circ$ , то только на этой ширине мы и видим всю радугу.

<sup>5</sup> Когда свет отражается в каплях воды два раза, образуется вторичная радуга. В противоположность ей радуга, при которой в каплях воды происходит одно внутреннее отражение, называется первичной. Угловой радиус вторичной радуги  $51\text{--}53^\circ$ , а цвета в ней расположены в порядке, обратном первичной радуге.

При ответе на вопрос «Где находится радуга?» следует обратить внимание на один момент. Радуга не является плоской и не имеет определенной величины.



*Рис. 10. Взаимосвязь между местоположениями солнца, наблюдателя и радуги*

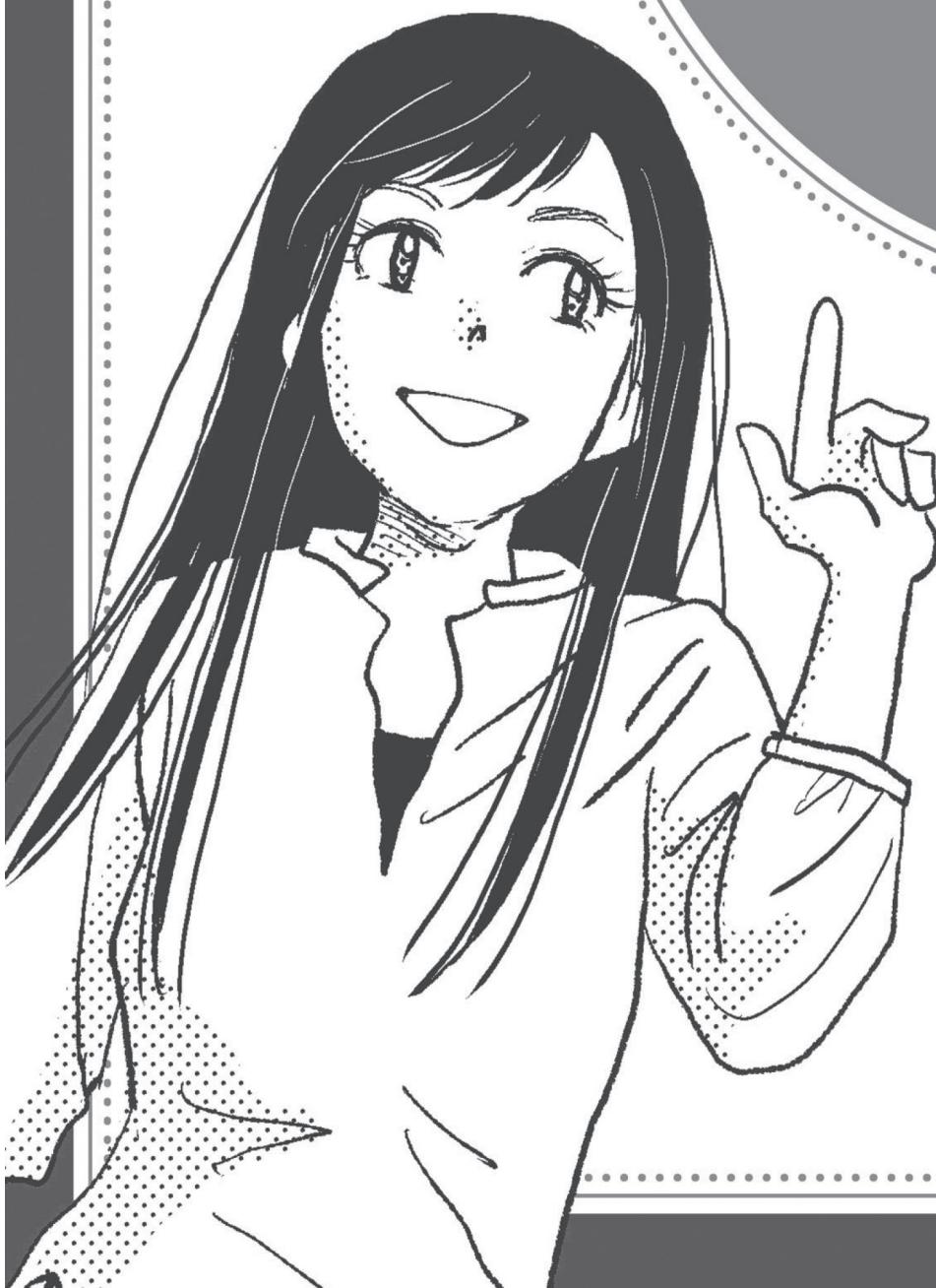
Как показано на рис. 10, радуга появляется там, где много капель воды, например дождевых капель. Но для всех капель дождя угол отражения фиолетового цвета относительно солнечного света будет равен  $42^\circ$ , а для красного –  $40^\circ$ . Следовательно, все капли дождя, попадающие в своеобразный конус с вершиной в точке наблюдателя, будут образовывать радугу. А поскольку угол в  $42^\circ$  образует наружную поверхность конуса, то красный цвет будет на наружном крае радуги, а фиолетовый окажется на внутреннем крае.

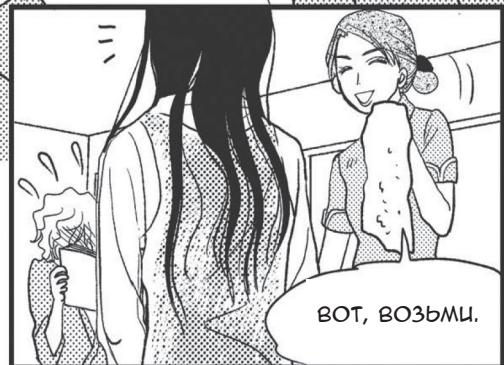
Радуга может быть создана и искусственно. Если в ясный день встать спиной к солнцу и распылить воду, то внутри можно будет увидеть радугу. Только нужно встать в такую позицию, чтобы угол, образованный солнцем, каплями воды и глазами наблюдателя, был около  $40^\circ$ . Так как углы четко определены, то надо понимать, что от позиции наблюдателя будет меняться и местоположение радуги. Радугу можно создать, даже выливая воду из лейки. Обязательно попробуйте это проделать как-нибудь в один из ясных дней.



# ГЛАВА 2

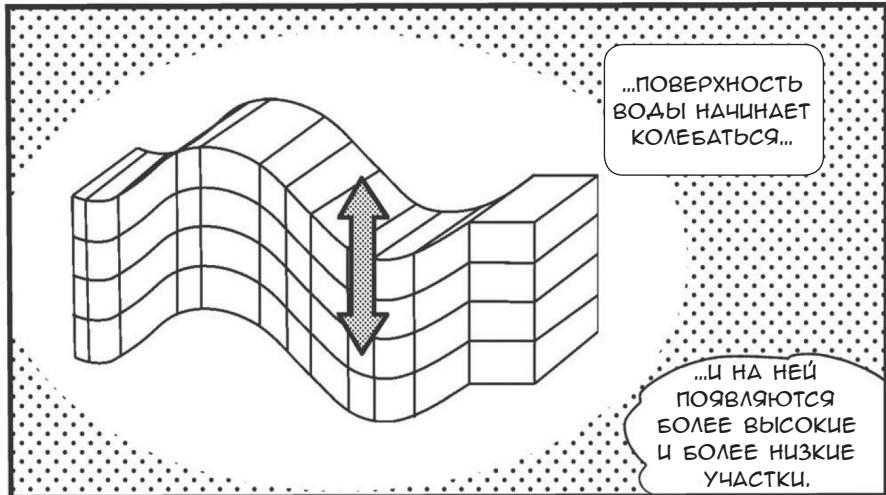
# ВОЛНЫ



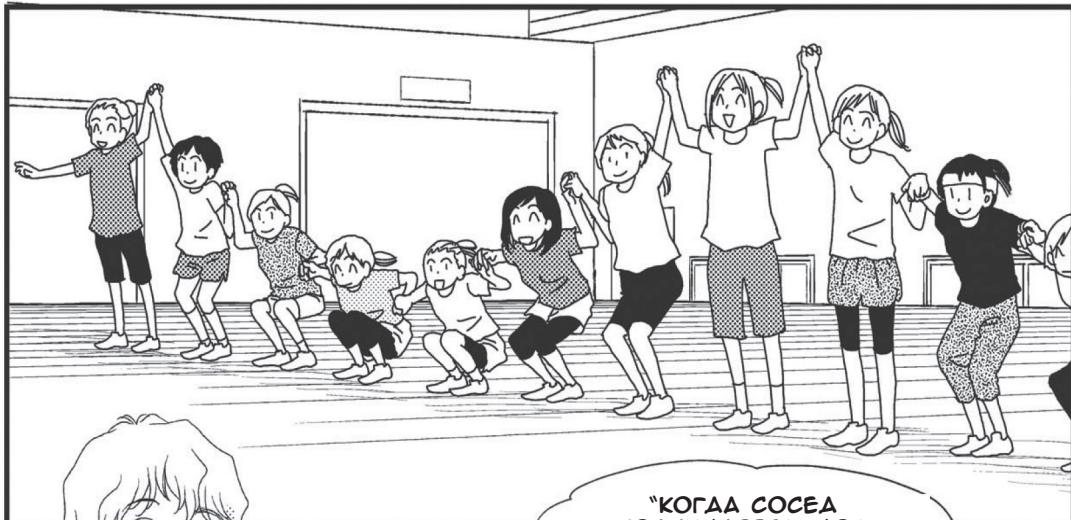


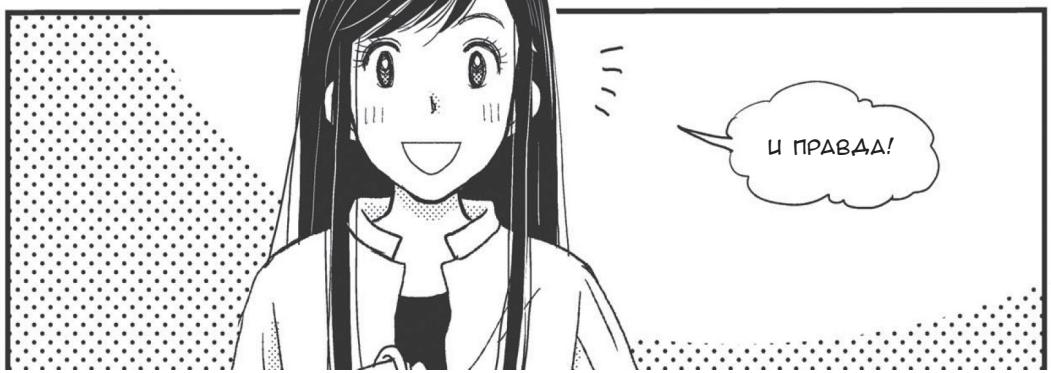
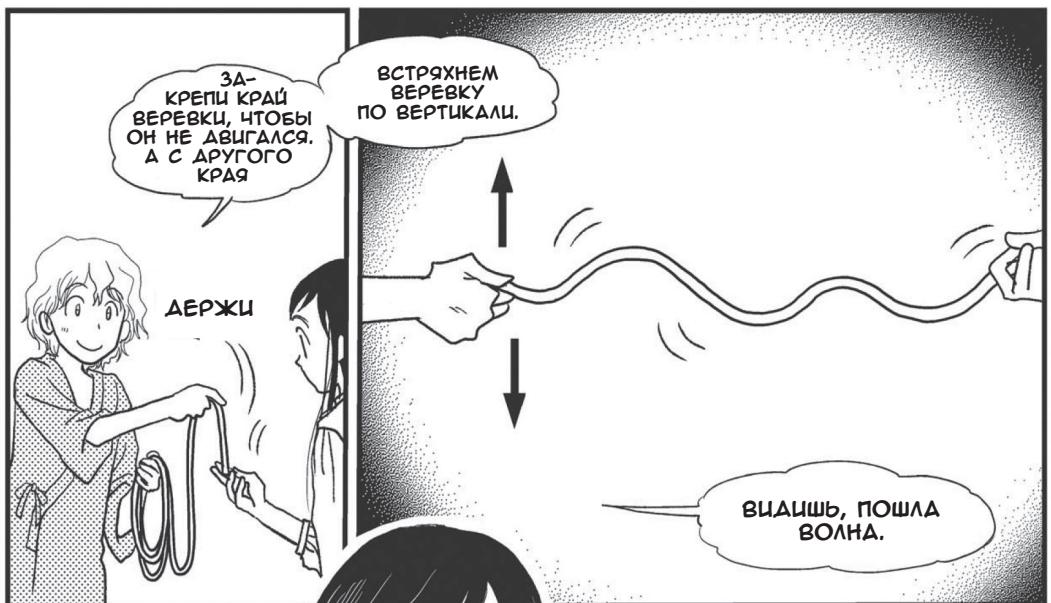
# 1. Волны. Основы

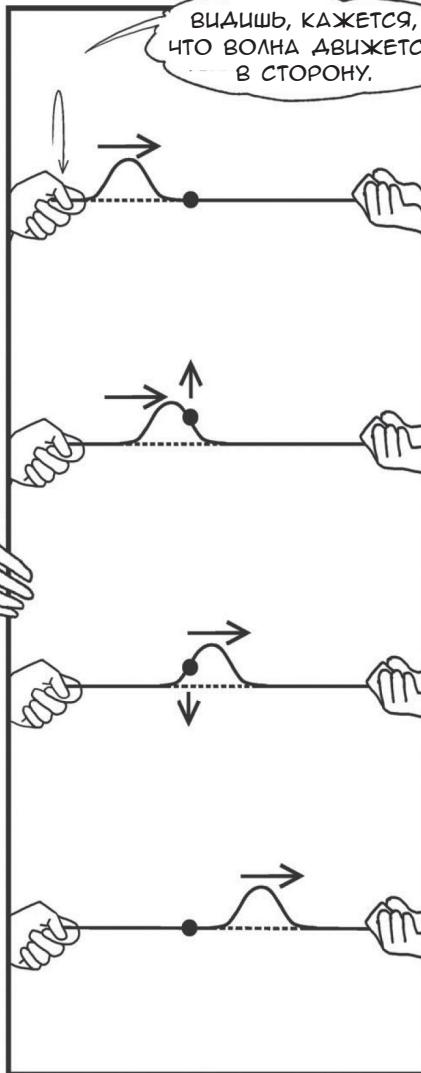
## • Как получаются волны



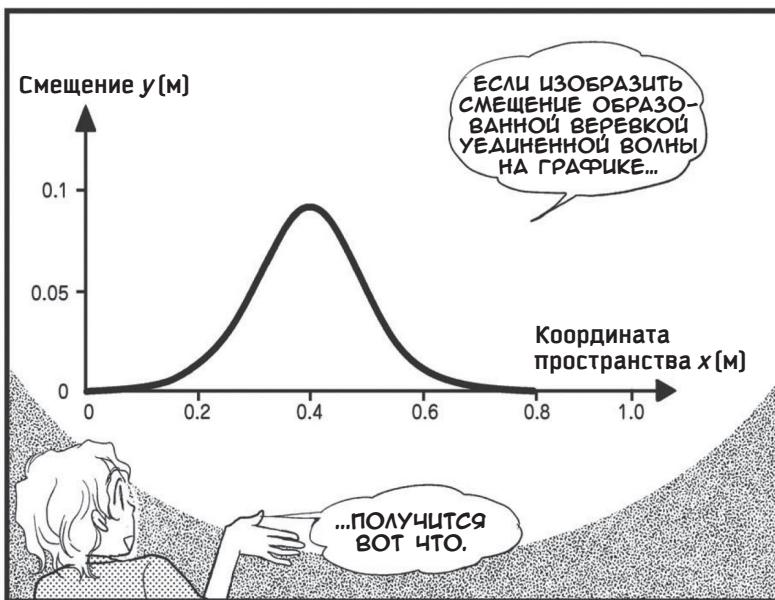
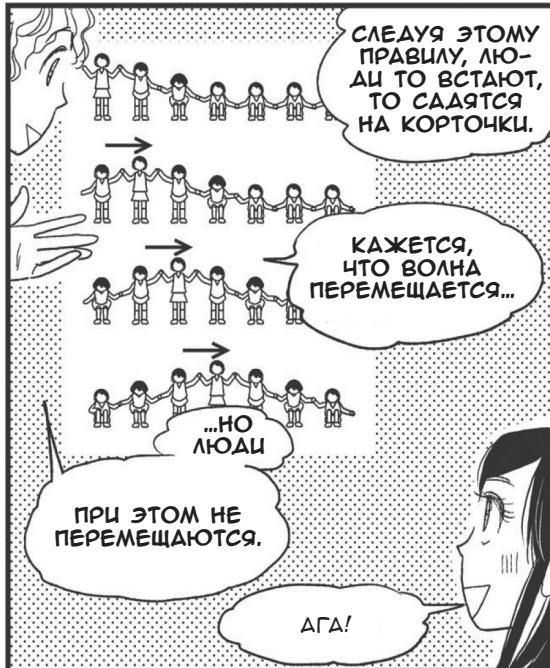
- Как передать волну?

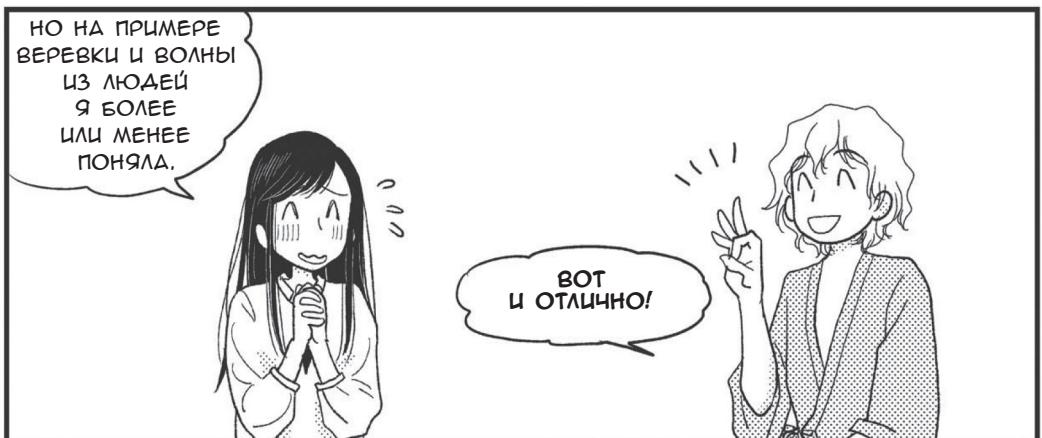
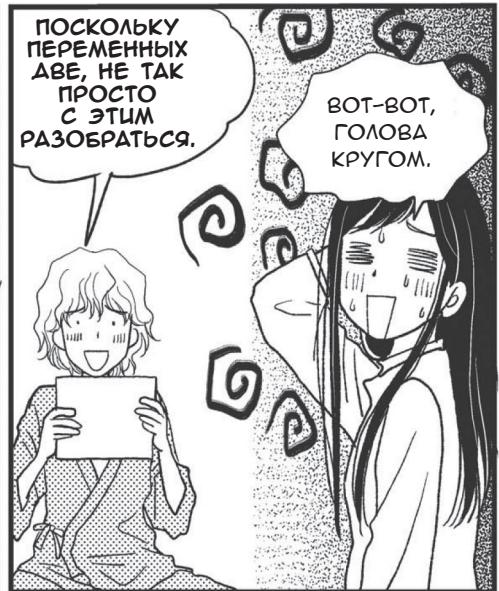
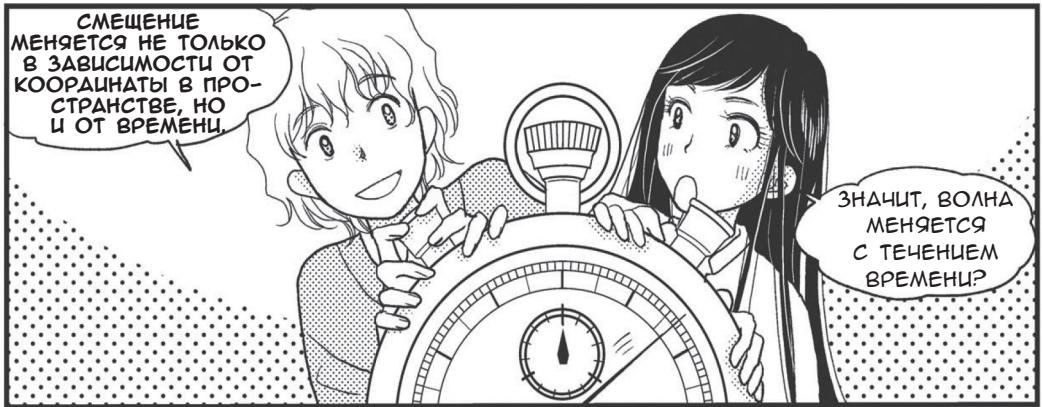










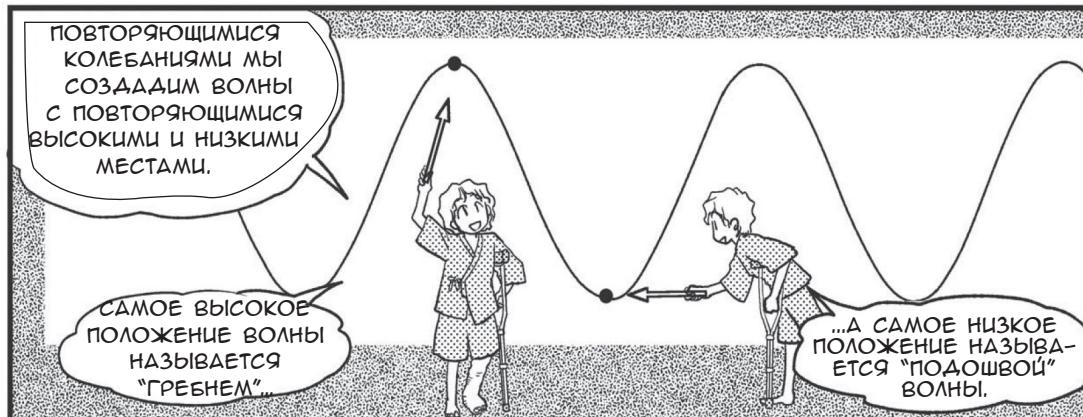


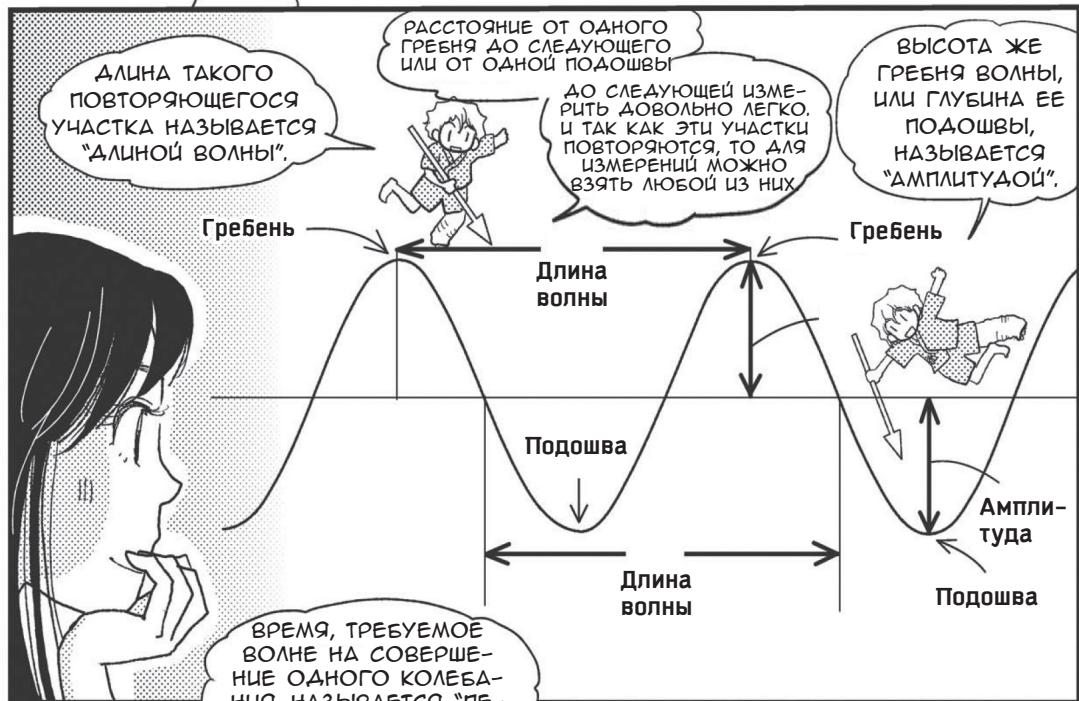
## • Синусоида



РАССМОТРИМ САМУЮ ЧАСТО ВСТРЕЧАЕМУЮ ВОЛНУ.

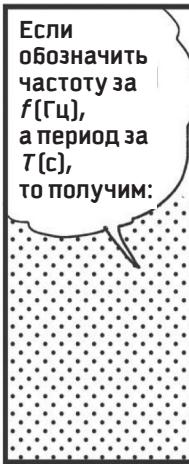
УГУ!







\* Соотношение единиц измерения: герцы (Гц) и секунды (с) – следующее:  $c = 1/\text{Гц}$ .



$$f = \frac{1}{T}$$

или

$$T = \frac{1}{f}$$

ВОТ ЧТО.

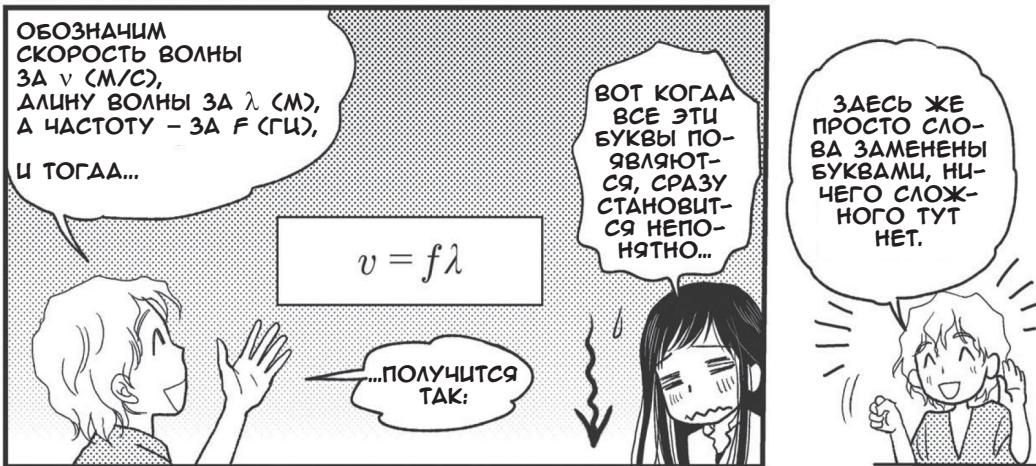
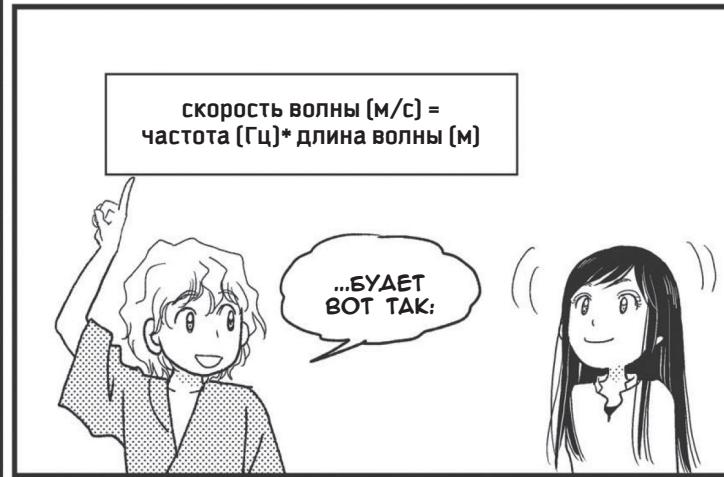
## • Скорость волны



$$\text{скорость волны (м/с)} = \frac{\text{длина волны (м)}}{\text{период (с)}}$$

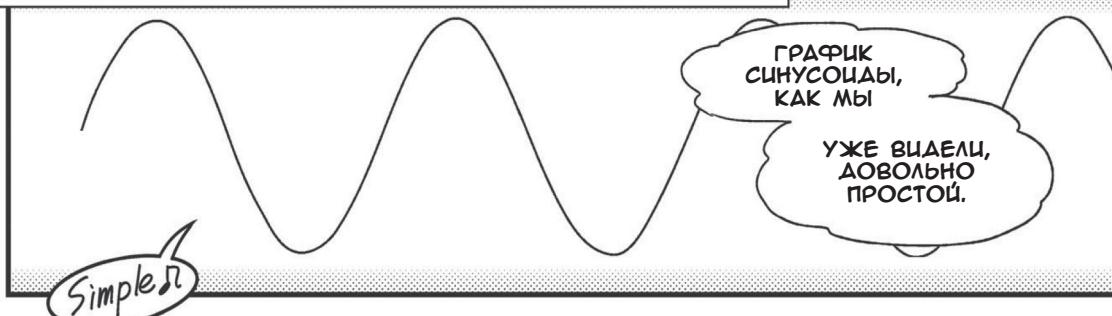
...ВОТ ЧТО ПОЛУЧИМ:

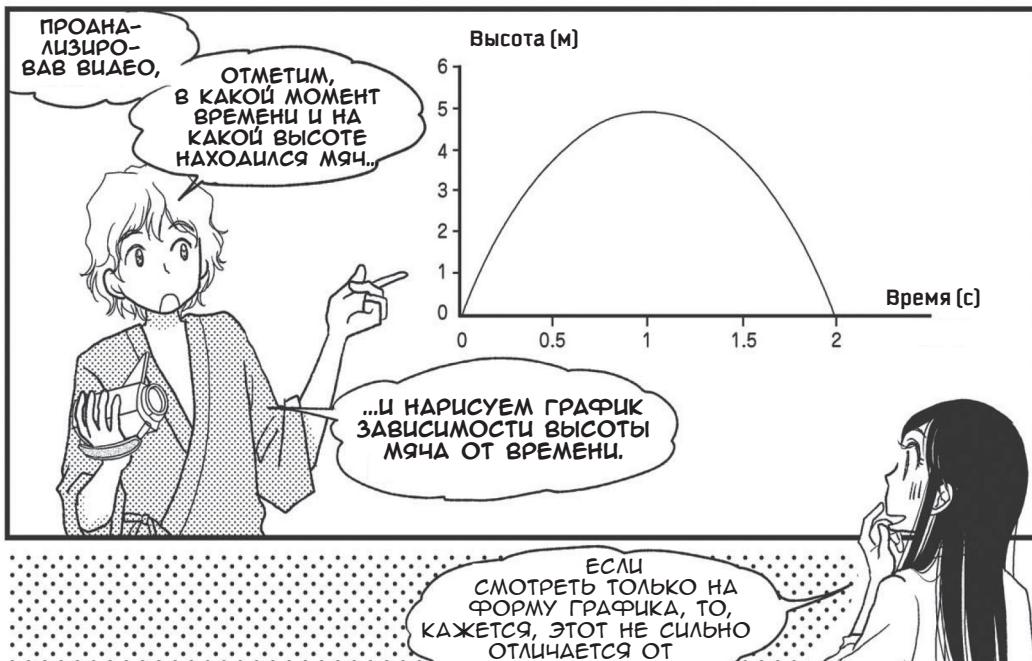






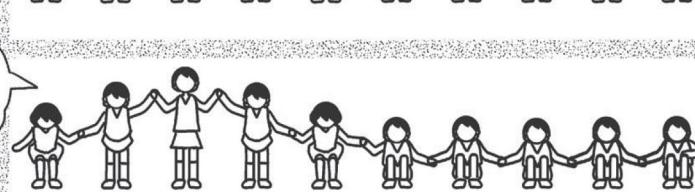
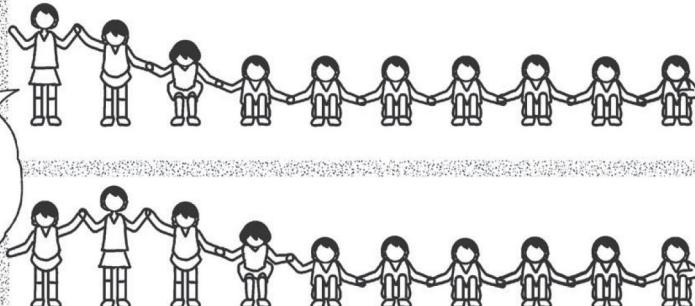
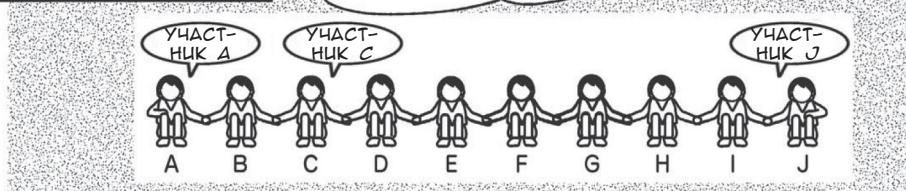
- Графики волн: график «координата—смещение» и график «время—смещение»



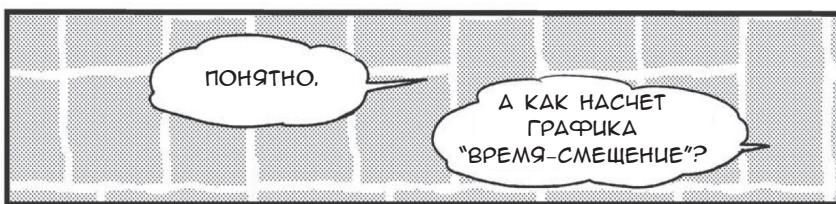
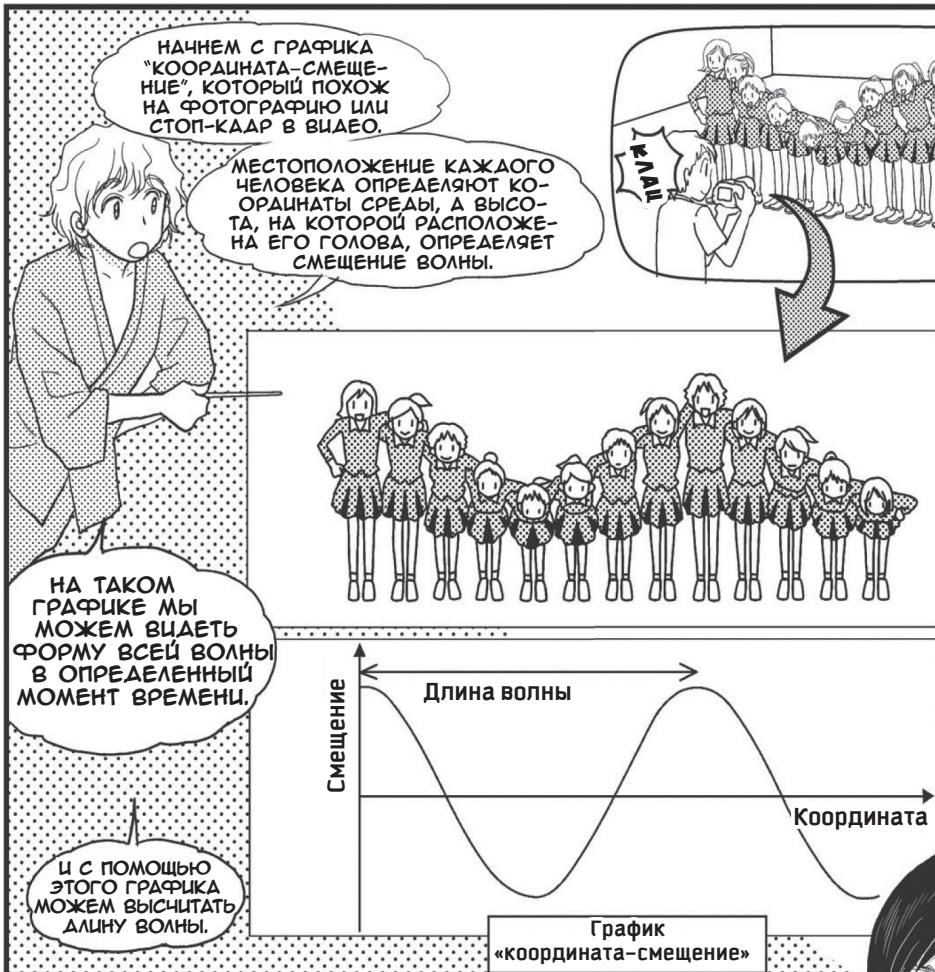


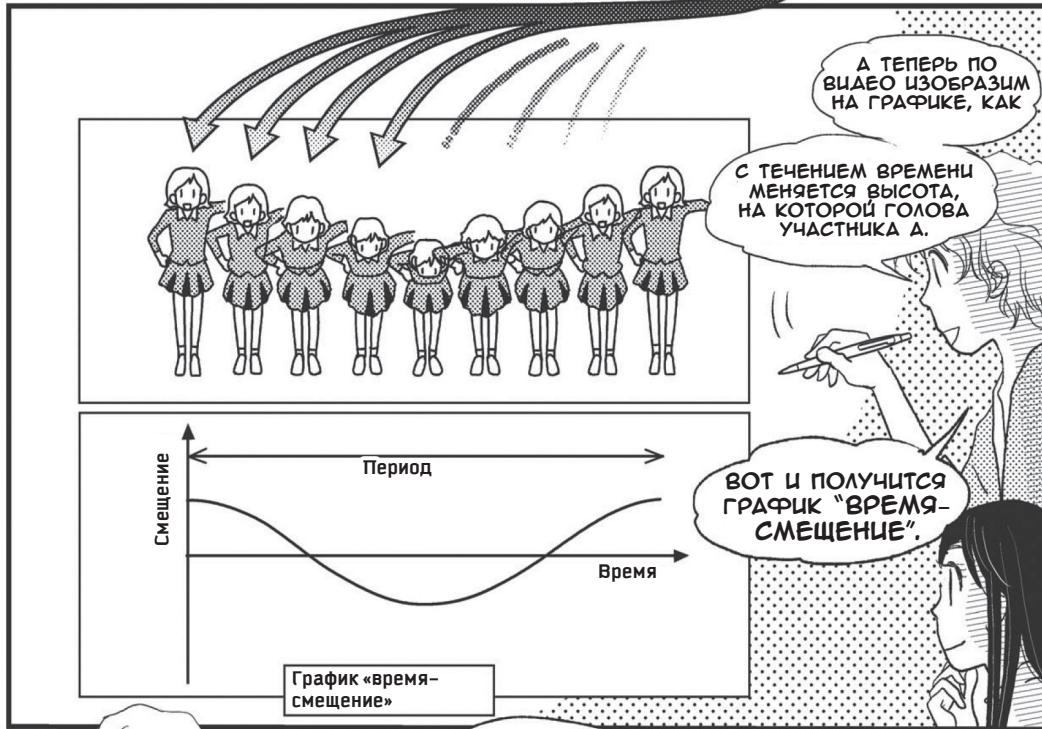
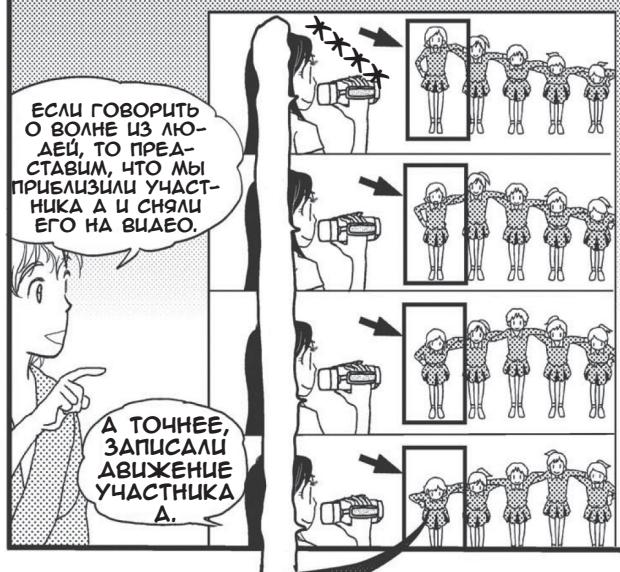


НАПРИМЕР, СРАВНИМ ДВИЖЕНИЕ НАХОДЯЩЕГОСЯ С ЛЕВОГО КРАЯ УЧАСТИКА А С ДВИЖЕНИЕМ ТРЕТЬЕГО С ЛЕВОГО КРАЯ УЧАСТИКА С.

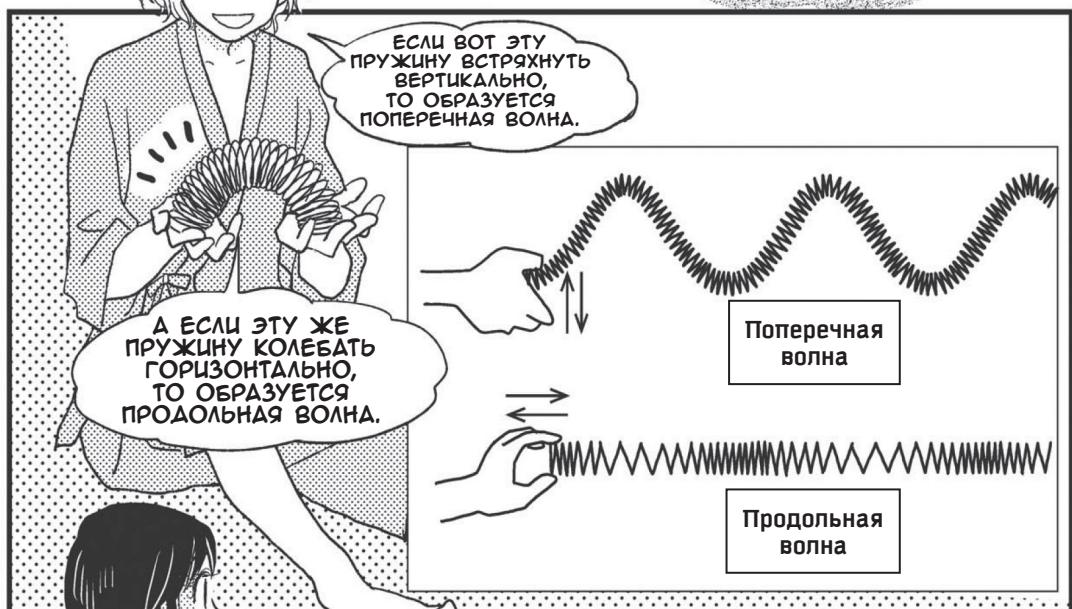








- Поперечные и продольные волны



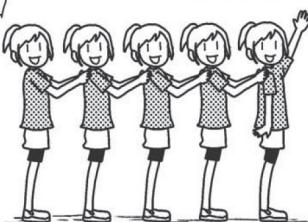
КОГДА СРЕДА  
КОЛЕБЛЁТСЯ ВВЕРХ-ВНИЗ,  
ЭТО ПОПЕРЕЧНАЯ ВОЛНА,  
А КОГДА ПО ГОРИЗОНТАЛИ –  
ПРОДОЛЬНАЯ?

ЕСЛИ КОЛЕБАНИЯ  
ШАУТ ВВЕРХ-ВНИЗ, ЭТО  
НЕ ЗНАЧИТ, ЧТО ЭТО  
НЕПРЕМЕННО ПОПЕРЕЧНАЯ  
ВОЛНА.

ПОПЕРЕЧНАЯ  
ВОЛНА – ЭТО  
КОГДА КОЛЕБАНИЯ  
ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫ  
НАПРАВЛЕНИЮ  
ВОЛНЫ!

ПРОДОЛЬНУЮ  
ВОЛНУ ТОЖЕ  
МОЖНО

ИЗОБРАЗИТЬ НА  
ПРИМЕРЕ ВОЛНЫ  
ИЗ ЛЮДЕЙ.



И ЧТО?

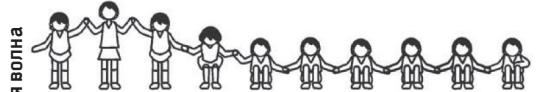


ЕСЛИ ОДИН  
ИЗ УЧАСТНИКОВ  
ТОЛКАЕТ ВПЕРЕДИ  
СТОЯЩЕГО,  
А ТОТ, КОГО ТОЛКНУЛИ,  
С ТОЙ ЖЕ СКОРОСТЬЮ  
ТОЛКАЕТ СЛЕДУЮЩЕГО  
ВПЕРЕДИ СТОЯЩЕГО

УЧАСТНИКА,  
А САМ ЗАТЕМ  
ВОЗВРАЩАЕТСЯ  
В ПРЕЖНЕЕ  
ПОЛОЖЕНИЕ...

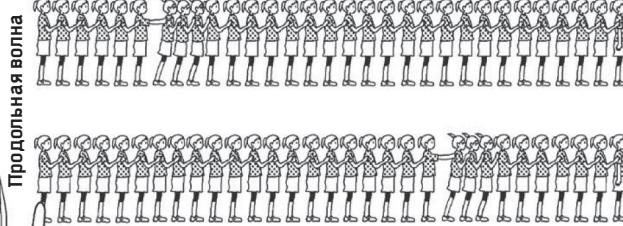


Направление движения волны



...ТОГДА ПО ВСЕЙ  
ЦЕПОЧКЕ ЛЮДЕЙ ОТ  
НАЧАЛА ДО КОНЦА  
ПЕРЕДАСТСЯ КОЛЕБАНИЕ,  
ПОДОБНО ВОЛНЕ.

Направление колебания



Направление колебания

А, ПОНЯТНО!

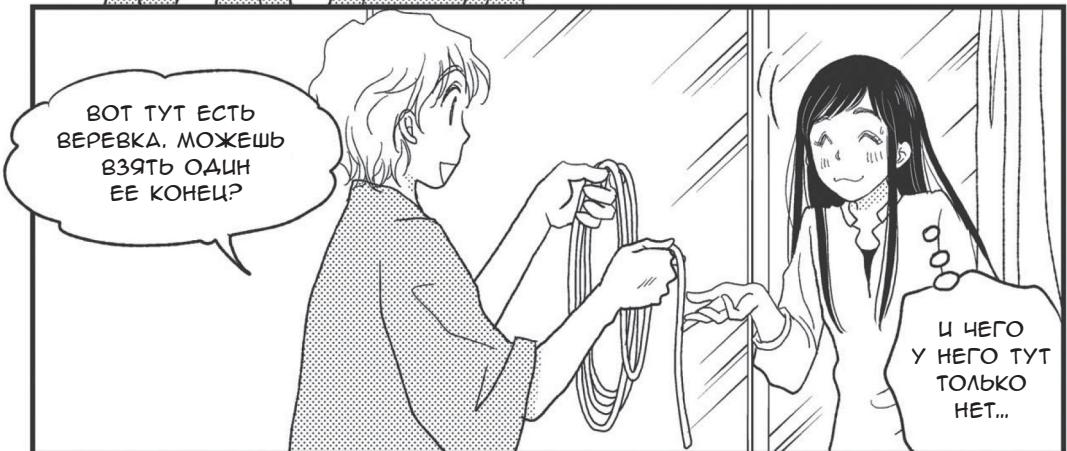
Поперечная волна

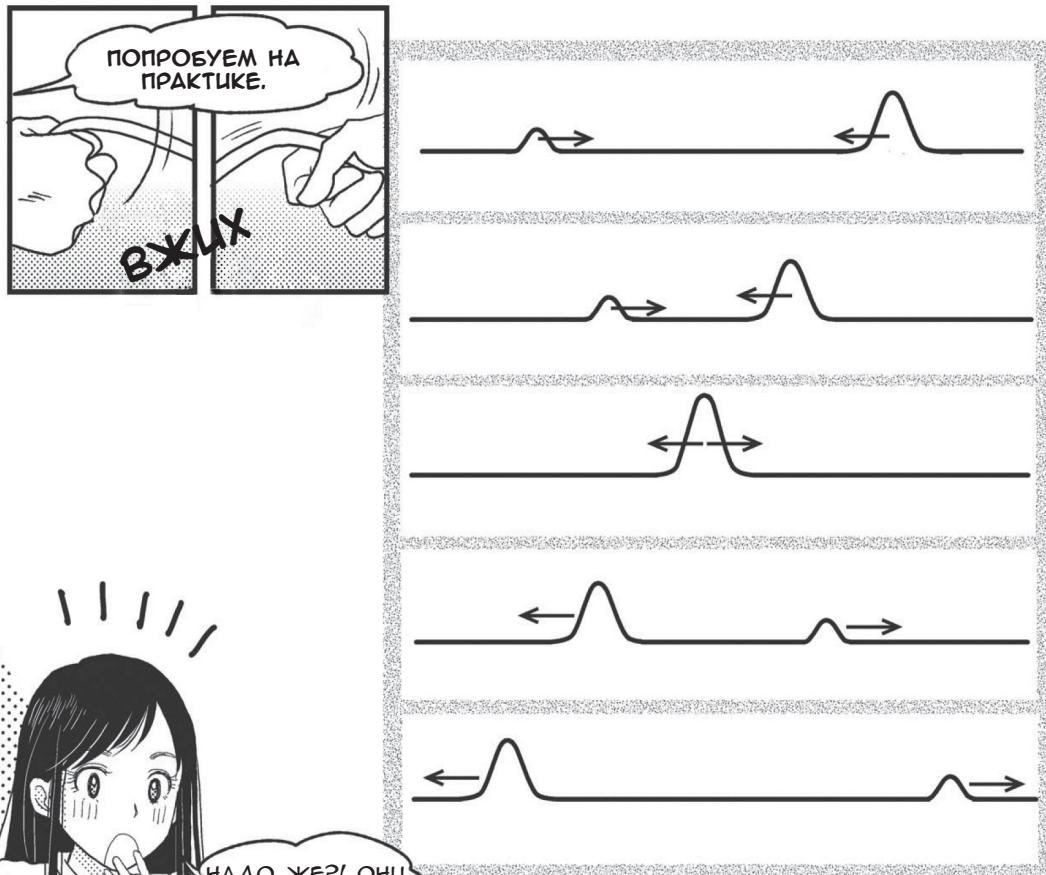
Продольная волна



## 2. Суперпозиция волн

- Когда встречаются две волны





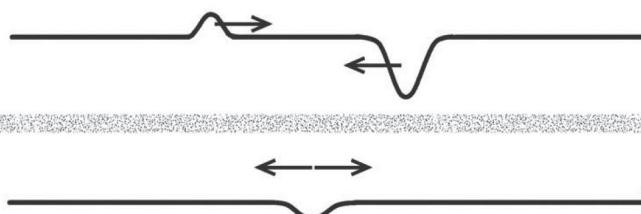


А ЧТО БУДЕТ, ЕСЛИ  
СТОЛКНУТСЯ  
НАПРАВЛЕННАЯ ВВЕРХ  
ВОЛНА И ВОЛНА,  
НАПРАВЛЕННАЯ ВНИЗ?

ЕСЛИ  
НАКЛАДЫВАЮТСЯ  
ДРУГ НА ДРУГА СМЕЩЕНИЕ  
СО ЗНАКОМ ПЛЮС  
И СМЕЩЕНИЕ СО ЗНАКОМ  
МИНУС,

ТО ЗНАЧЕНИЕ  
СУММАРНОГО  
СМЕЩЕНИЯ БУДЕТ  
МЕНЬШЕ.

Смещение



КОГДА ВОЛНЫ  
НАКЛАДЫВАЮТСЯ  
ДРУГ НА ДРУГА,  
ТО НАПРАВЛЕННОЕ  
ВВЕРХ СМЕЩЕНИЕ  
УДАВНОВЕШИВАЕТСЯ  
НАПРАВЛЕННЫМ ВНИЗ  
СМЕЩЕНИЕМ.

ОДНАКО  
ПОСЛЕ

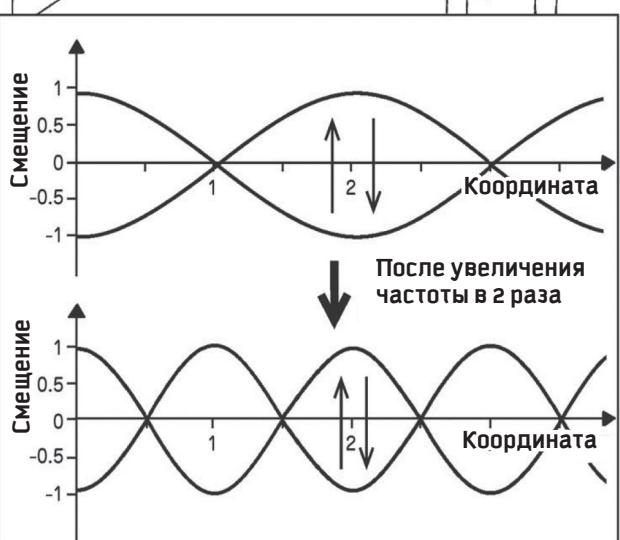
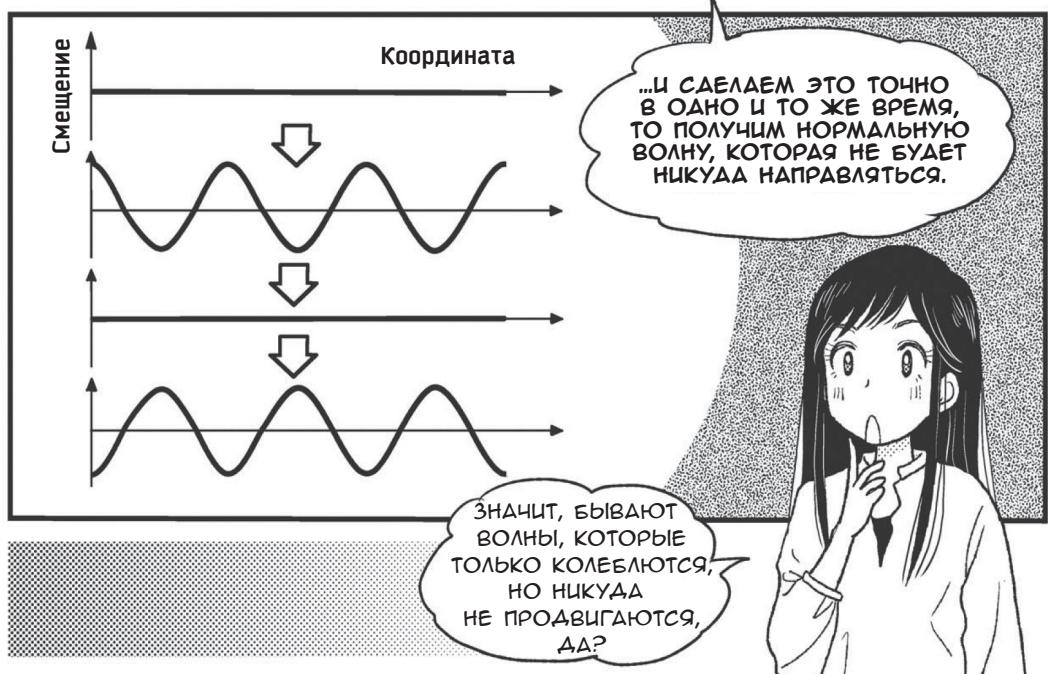
НАЛОЖЕНИЯ ВОЛНЫ  
ВОЗВРАЩАЮТСЯ  
В ПРЕЖНЮЮ ФОРМУ  
И ПРОДОЛЖАЮТ  
ДВИЖЕНИЕ, КАК  
БЫЛО НИЧЕГО  
И НЕ БЫЛО.

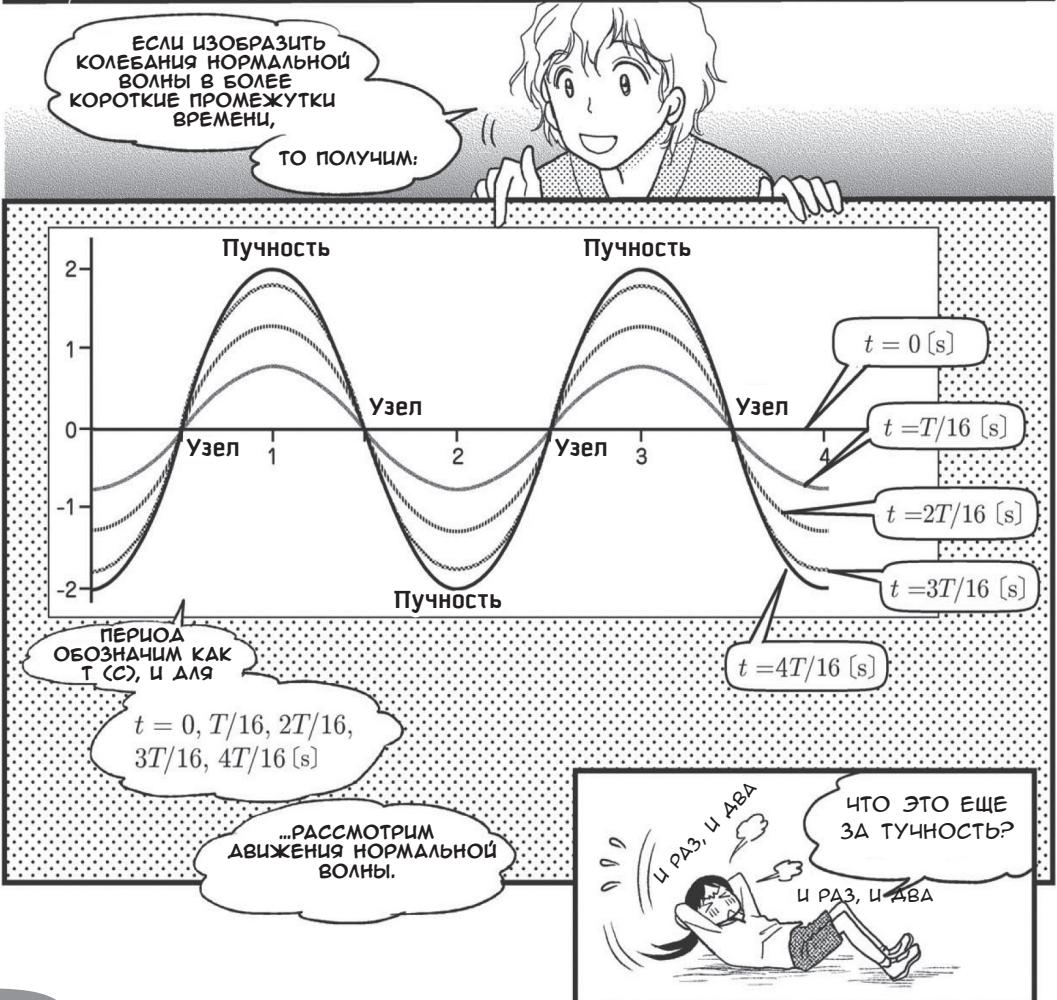
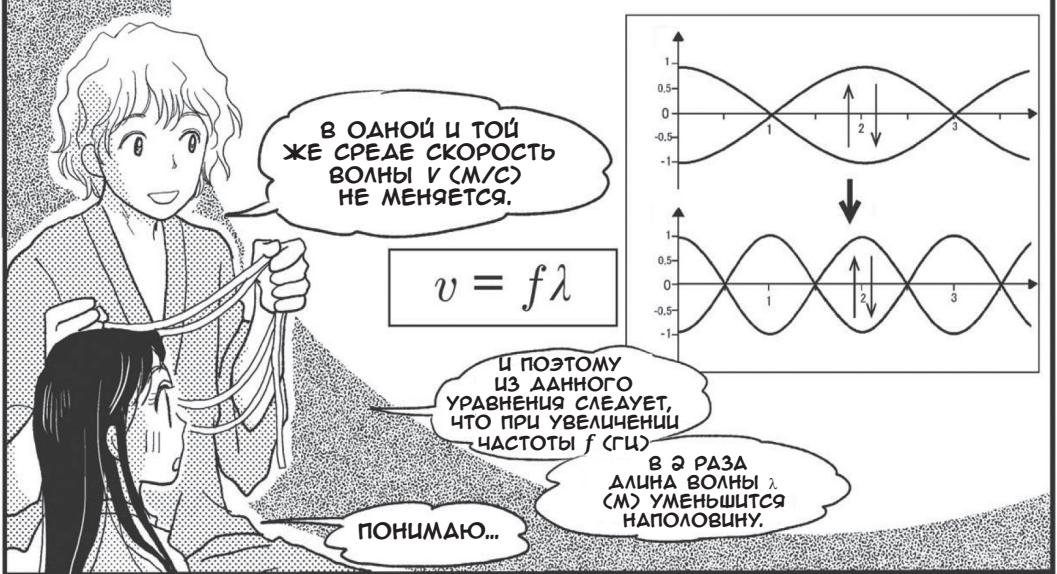
КАК ЭТО ВСЕ  
СТРАННО!

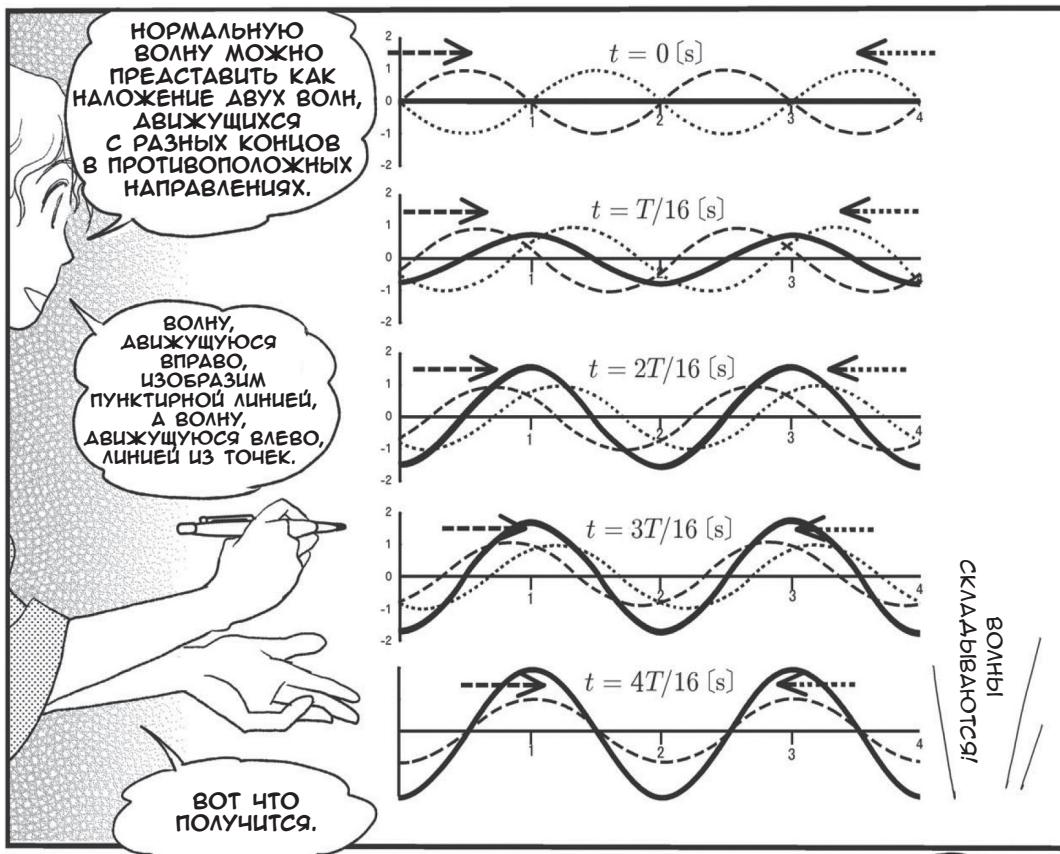
ЭТО  
ЯВЛЕНИЕ  
НАЗЫВАЮТ

«НЕЗАВИСИМОСТЬ  
ВОЛН».

- Нормальные волны

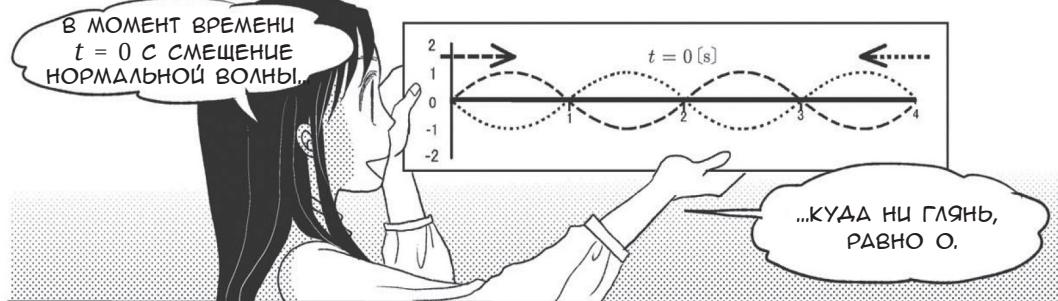






СЛОЖИМ СМЕЩЕНИЯ ЭТИХ ВОЛН, И РЕЗУЛЬТАТ ИЗОБРАЗИМ СПЛОШНОЙ ЛИНИЕЙ.

НА ПОСЛЕДНЕМ ГРАФИКЕ ПУНКТИРНАЯ ЛИНИЯ И ЛИНИЯ ИЗ ТОЧЕК ПОЛНОСТЬЮ СЛИЛИСЬ!



### СИНФАЗНОСТЬ





## Дополнительный материал



### Взаимосвязь между графиками «координата–смещение» и «время–смещение»

Волна – это явление, представляющее собой распространение колебания в среде. Поэтому, когда мы говорим о движении волны, то, в отличие от движения отдельного объекта вроде мяча, в данном случае мы должны думать о движении всей среды в целом. Поэтому-то, чтобы описать движение волны, используются два графика: график «координата–смещение» и график «время–смещение». Но это не значит, что два графика между собой никак не связаны.

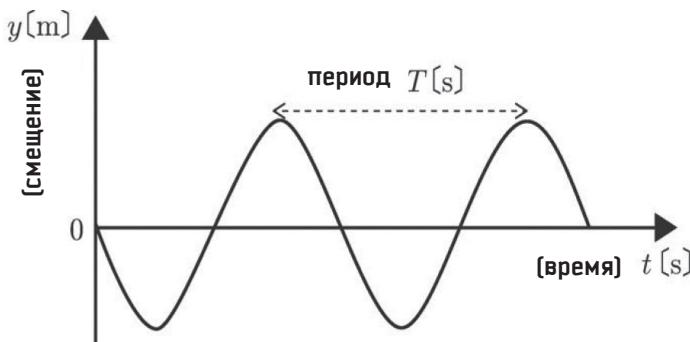
Для начала рассмотрим график «координата–смещение» для синусоидальной волны. Хотя среда, в которой образовалась волна, изменяется в каждый момент времени, если ее сфотографировать, можно увидеть форму волны, застывшей в определенный момент времени. Это и будет график «координата–смещение».

На рисунке ниже сплошной и пунктирной линией изображены графики «координата–смещение» синусоидальных волн. На одном графике волна взята в момент времени  $t = 0$  с, а на другом – через небольшой промежуток времени. Хоть и кажется, что волна движется вперед, но это движение нельзя рассматривать как движение по горизонтали отдельного объекта. На самом деле каждая точка среды, отмеченная на оси  $x$ , движется по оси  $y$  (вспомните волну из людей в манге). Это движение для каждой точки разное. Например, отмеченная на графике точка  $P$  движется вниз, а точка  $Q$  движется вверх. Как видите, гребни волны направляются вниз, а подошвы – вверх.

Таким образом, чтобы понять, как движется среда, нужно изобразить на графике волну в 2 момента времени, разделенных небольшим промежутком.

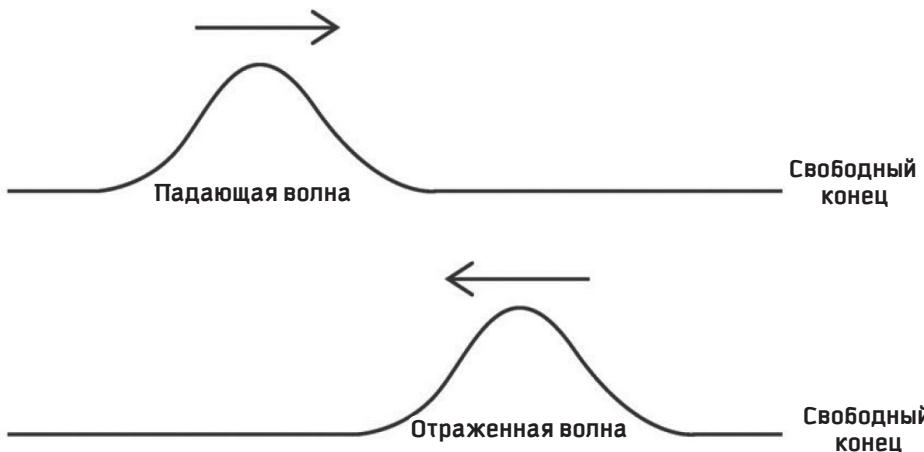


Теперь рассмотрим график «время–смещение» для точки  $P$ . С помощью графика «координата–смещение» мы можем вычислить длину синусоидальной волны, а с помощью графика «время–смещение» – узнать период волны.



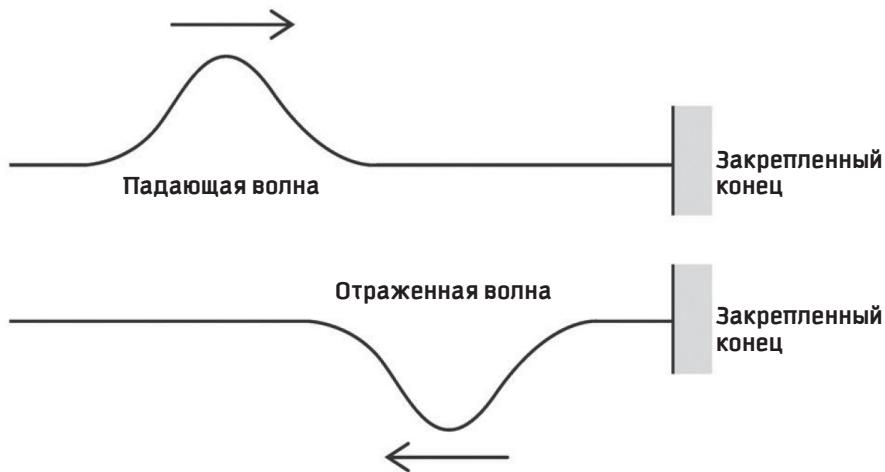
## ★ Отражение волны

На границе среды возникает **отражение волны**. Если граница среды может свободно двигаться, то отражение волны в данном случае называется **отражением от свободного конца**. Как показано на рисунке внизу, при отражении от свободного конца гребень падающей волны и гребень отраженной волны направлены в одну сторону.



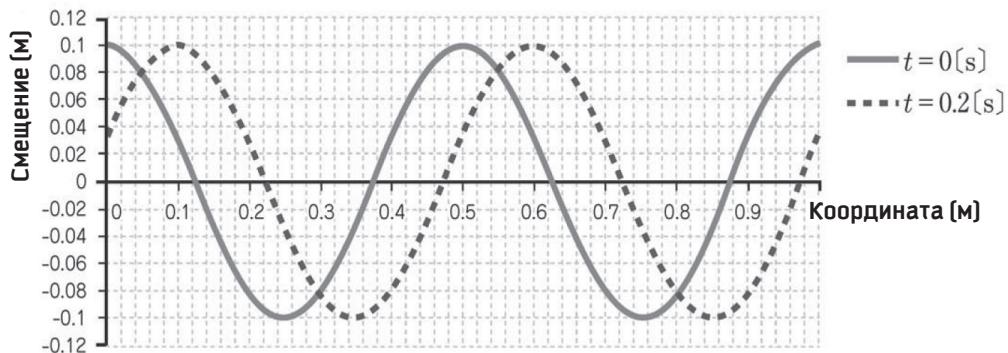
Если же волна отражается от фиксированного края, то это называется **отражением от закрепленного конца**. И как показано на рисунке ниже, в случае отражения от закрепленного конца гребень падающей волны превращается в подошву отраженной волны.

Причины того, что в случае закрепленного конца смещение волны меняется на противоположное, такие же, как в случае, когда предмет с малой массой сталкивается с предметом большей массы и отскакивает в направлении, противоположном первоначальному направлению следования. Другими словами, как показано на рисунке, когда падающая волна со смещением вверх наталкивается на стену, то после отражения ее смещение меняется на противоположное. И напротив, когда конец среды свободен и она ни с чем не сталкивается, направление смещения при отражении не изменяется.



### Задание 2

Ниже на графике «координата–смещение» изображена синусоидальная волна. Сплошной линией на графике изображена волна в момент времени  $t = 0$  с. За промежуток времени, равный  $t = 0,2$  с, волна сместилась вправо на 0,1 м. На графике это изображено пунктирной линией. Найдите значения с (1) по (5):



- (1) амплитуда волны;
- (2) длина волны;
- (3) скорость волны;
- (4) частота волны;
- (5) время, через которое синусоида полностью совпадет с синусоидой в момент времени  $t = 0$  с.

## ОТВЕТЫ

- (1) 0,1 м (высоту гребня можно рассчитать по графику).
- (2) 0,5 м (расстояние от одного гребня до другого можно рассчитать по графику).
- (3) 0,5 м/с (используем соотношение: «скорость волны = расстояние, на которое волна продвинулась / время, которое потребовалось волне для преодоления этого расстояния». За 0,2 с волна продвинулась на 0,1 м, значит, скорость волны:  $0,1 \text{ м}/0,2 \text{ с} = 0,5 \text{ м}/\text{с}$ ).
- (4) 1 Гц (из формулы  $v = f\lambda$  следует, что частота  $f = v/\lambda$ . Подставим сюда  $v = 0,5 \text{ м}/\text{с}$  и  $\lambda = 0,5 \text{ м}$  и получим 1 Гц).
- (5)  $t = 1, 2, 3 \dots \text{ с}$  (период волны  $T$  (с) вычисляется как  $T = 1/f$ , значит,  $T = 1$ . Следовательно, через каждый промежуток времени, равный периоду в 1 с, волна будет полностью повторять себя.).

## Дополнительный материал. Повышенный уровень



### Уравнение движения

Для описания движения физического тела нам необходимо **уравнение движения** Ньютона. Вот оно:

Масса тела  $\times$  Ускорение тела = Сила, действующая на тело.

(Подробнее про этот закон смотрите в манге «Физика. Механика».) Если обозначим массу тела за  $m$  (кг), ускорение – за  $a$  ( $\text{м}/\text{с}^2$ ), а действующую на тело силу – за  $F$  (Н), то получим:

$$m \times a = F.$$

Хотя это уравнение состоит всего из трех букв, оно описывает практически все движения вокруг нас, от движения мяча до движения небесных тел. И описываемые в этой и следующей главе волны, полученные с помощью веревки, струны, волны на поверхности воды или звуковые волны в воздухе – физические явления, для которых выполняется уравнение движения.



### Колебания

Так как волна – это явление распространения колебания в среде, чтобы понять, что такое волна, сначала нужно понять, что такое колебание.

В окружающей нас действительности мы можем наблюдать различные колебания, например маятника, пружины или ветвей деревьев, когда дует ветер. На примере пружины рассмотрим, что собой представляют колебания. Когда подвешенный на пружине груз находится в состоянии покоя, сумма всех действующих на груз сил равна нулю. Положение груза в такой момент называется **положением равновесия**.

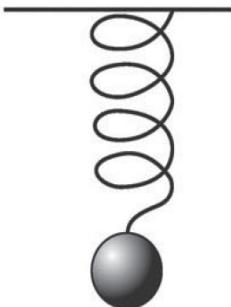


Рисунок 1. Неподвижная пружина с грузом

Если груз немного потянуть из положения равновесия, то чтобы вернуть растянутую пружину в прежнее положение, на груз начнет действовать сила, сжимающая пружину. Однако, достигнув положения равновесия, груз, обладающий скоростью, не сможет остановиться и проскочит положение равновесия. И пружина сожмется. А сжатая пружина, чтобы распрямиться, будет теперь действовать на груз силой, растягивающей пружину. И снова, проходя через положение равновесия, груз без остановки повторно растянет пружину. И это колебание пружины, то есть ее повторяющиеся движения, будет продолжаться<sup>1</sup>.

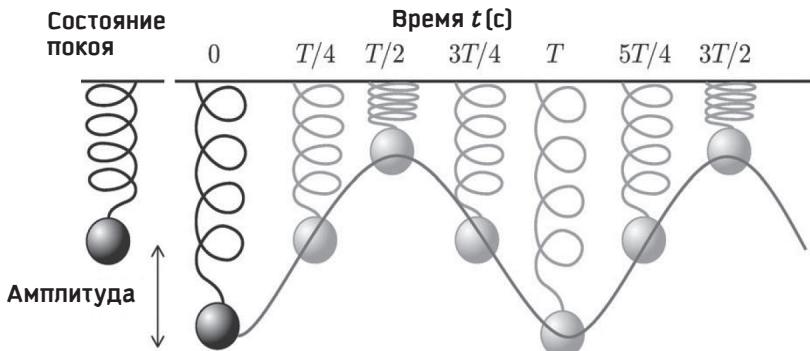


Рисунок 2. Колебания пружины

На рис. 2 изображены колебания подвешенного к пружине груза в зависимости от времени (изменение положения пружины относительно времени нарисовано слева направо).

<sup>1</sup> На самом деле груз и пружина теряют энергию, сталкиваясь с сопротивлением воздуха, с выделением температуры и т. д. Поэтому колебания будут ослабевать.

Время, требуемое на повторение колебания, называется **периодом**. На рисунке представлены колебания с периодом  $T$  (с). А величина, показывающая самое большое смещение от положения покоя, называется **амплитудой**.



## Простые колебания и функция синуса

На рис. 2 изображена кривая, описывающая изменение позиции груза с течением времени. Эта кривая называется **функцией синуса**. График этой функции представляет собой кривую, для построения которой из центра окружности с радиусом, равным 1, проводится горизонтальная прямая, которая будет являться осью  $x$ , и на ней отмечаются значения углов ( $\theta$ ), а ординаты пересечения с окружностью отмечаются на вертикальной оси (рис. 3). Уравнение функции синуса выглядит так:

$$y = \sin \theta.$$

Если же на вертикальной оси отмечать абсциссы пересечения с окружностью, то получим **функцию косинуса**:

$$y = \cos \theta.$$

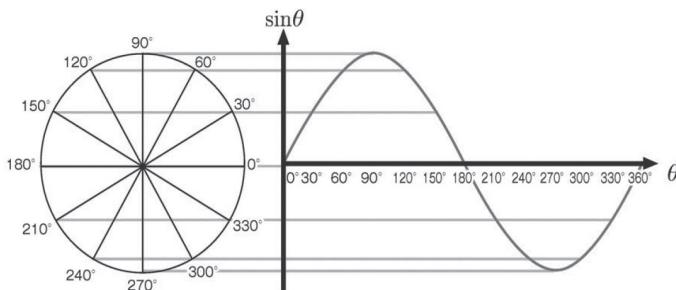


Рисунок 3. Функция синуса

В тригонометрических функциях часто вместо угловой меры угла окружности применяется радианная мера. В таком случае полная окружность в  $360^\circ$  будет равна  $2\pi$  рад (единица измерения – радиан). В таблице ниже представлены угловые и радианные меры основных углов.

Градусы	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$120^\circ$	$135^\circ$	$150^\circ$	$180^\circ$
Радианы	$0$ [рад]	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$	$2\pi/3$	$3\pi/4$	$5\pi/6$	$\pi$
Градусы		$210^\circ$	$225^\circ$	$240^\circ$	$270^\circ$	$300^\circ$	$315^\circ$	$330^\circ$	$360^\circ$
Радианы		$7\pi/6$	$5\pi/4$	$4\pi/3$	$3\pi/2$	$5\pi/3$	$7\pi/4$	$11\pi/6$	$2\pi$

Используя функцию синуса, можно вывести уравнение простых колебаний. Уравнение простых колебаний с амплитудой  $A$  (м) и периодом  $T$  (с) при смещении  $y$  (м) в момент времени  $t$  (с) будет выглядеть так:

$$y = A \sin\left(\frac{2\pi t}{T} + \theta_0\right). \quad (1)$$

Здесь  $\theta_0$  (рад) означает смещение в момент времени  $t = 0$  с и называется **начальной фазой** колебаний.

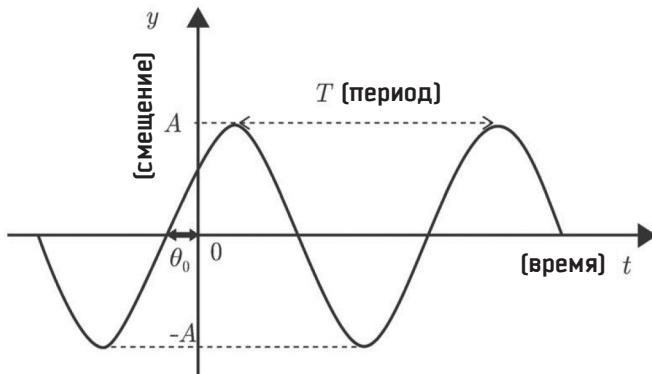


Рисунок 4. График простых колебаний с начальной фазой  $\theta_0$

Колебания изображенного на рис. 2 подвешенного к пружине груза являются простыми колебаниями с начальной фазой  $\theta_0 = -\pi/2$ .

Количество колебаний, совершающееся за 1 с, называется «частотой колебаний» и обозначается  $f$  (Гц)<sup>2</sup>. Частота колебаний обратна периоду колебаний:

$$f = \frac{1}{T} \text{ (Hz)}.$$

Если это соотношение подставить в формулу (1), получится:

$$y = A \sin(2\pi ft + \theta_0).$$

А теперь определим  $\omega$ :

$$\omega = 2\pi f,$$

где  $\omega$  называется **угловой частотой**<sup>3</sup>:

$$y = A \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x - 2\pi ft\right). \quad (2)$$

Вот так просто будет выглядеть функция колебаний с использованием угловой частоты.

<sup>2</sup> Единица измерения частоты (Гц) равна 1/с.

<sup>3</sup> Единица измерения угловой частоты – радианы в секунду, т. е. рад/с.



## Уравнение и график синусоидальной волны

Подумаем, как будет выглядеть уравнение графика синусоидальной волны «координата–смещение». Уравнение синусоидальной волны в момент времени  $t = 0$  с и с длиной волны  $\lambda$  (м) через функцию синуса можно выразить как

$$y = A \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right). \quad (3)$$

График этой функции изображен на рис. 5.

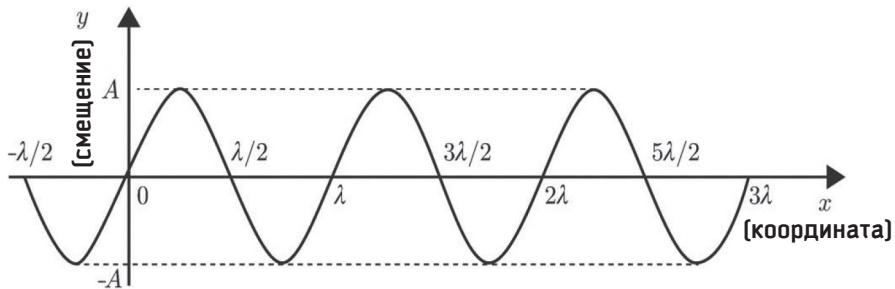


Рисунок 5. График синусоидальной волны «координата–смещение»

А теперь представим график «координата–смещение» синусоидальной волны по прошествии  $t$  (с). Если скорость волны обозначим за  $v$  (м/с), то за прошедший промежуток времени волна продвинется на  $vt$  (м). Другими словами, график сдвинется по направлению движения волны по оси  $x$  на  $vt$  (м). Это и изображено на рис. 6. Пунктирной линией на рис. 6 изображен график синусоидальной волны после смещения на  $vt$  (м) относительно изображенного сплошной линией графика в момент времени  $t = 0$  с.

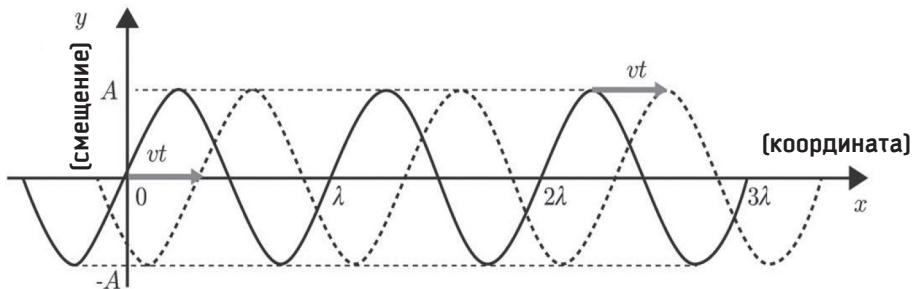


Рисунок 6. График «координата–смещение» по прошествии промежутка времени, равного  $t$  (с)

Если функция  $y = f(x)$  сместились по горизонтали на  $a$ , то полученную функцию можно записать как  $y = f(x - a)$ . Поэтому если функция (3) сместились по горизонтали на  $vt$ , то полученную в результате функцию можно записать как

$$y = A \sin \left[ \frac{2\pi}{\lambda} (x - vt) \right]. \quad (4)$$

График этой функции и изображен пунктирной линией на рис. 6.

Теперь подумаем о графике «время–смещение». Этот график уже не показывает нам всю волну целиком, а демонстрирует движение одной точки. Например, представим движение исходной точки среды, то есть точки  $x = 0$  м. Из формулы (4) получаем, что движение координаты  $x = 0$  м можно выразить как

$$y = A \sin \left[ \frac{2\pi}{\lambda} (-vt) \right] = -A \sin \left( \frac{2\pi}{\lambda} vt \right). \quad (5)$$

Эта функция совпадает с функцией простых колебаний. Другими словами, если подставить частоту колебаний  $f(1/c)$ , то для точки среды  $x = 0$  м получим:

$$y = -A \sin(2\pi ft). \quad (6)$$

А теперь, если сопоставить формулы (5) и (6), то получим «основную формулу волны»:

$$f = \frac{v}{\lambda} \quad \text{или} \quad v = f\lambda. \quad (7)$$

Я хочу здесь подчеркнуть, что на самом деле «основной формулой» синусоидальных волн является формула (4). Так называемая «основная формула волны»  $v = f\lambda$  не более чем одно из условий, которым должны удовлетворять синусоидальные волны. Если выразить это по-другому, то «основная формула волны» выполняется только для синусоидальных волн. На это нужно обратить внимание.

Если подставить  $v = f\lambda$  в формулу синусоидальной волны (4), то получим:

$$y = A \sin \left( \frac{2\pi}{\lambda} x - 2\pi ft \right). \quad (8)$$

Полученная функция является функцией двух переменных: координаты  $x$  и времени  $t$ . Следовательно, графиком смещения  $y$  от двух переменных  $x$  и  $t$  будет 3D-график. На рис. 7 изображен пример такого графика, где  $A = \lambda = 1$  м, а  $v = 1$  м/с.

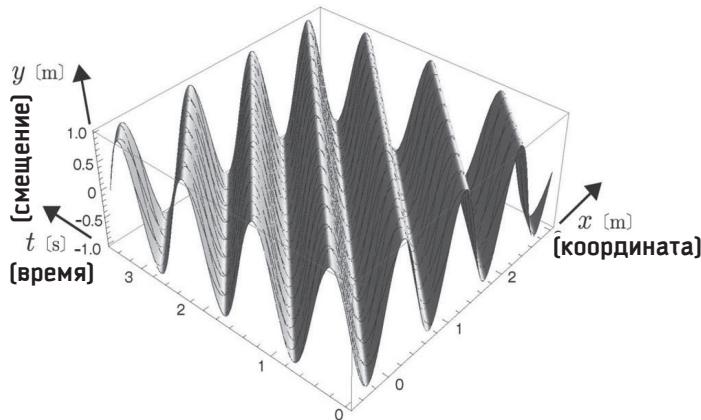


Рисунок 7. 3D-график смещения синусоидальной волны от двух переменных: координаты и времени

## ★ Нормальные волны

Попробуем применить функцию синусоидальной волны для нормальных волн, которые мы рассматривали на стр. 71.

Если синусоидальная волна движется в положительном направлении, ее функция будет:

$$y = \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x - \frac{2\pi}{T}t\right). \quad (9)$$

Если же она движется в отрицательном направлении, то функция будет:

$$y = -\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x + \frac{2\pi}{T}t\right). \quad (10)$$

Знак и амплитуда остаются такими же, как в манге.

Функция волны, образованной наложением двух синусоидальных волн, будет:

$$y = \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x - \frac{2\pi}{T}t\right) - \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x + \frac{2\pi}{T}t\right).$$

А теперь используем формулу сложения синуса

$$\sin(a \pm b) = \sin a \cos b \pm \sin b \cos a$$

и сделаем вычисление:

$$\begin{aligned}
 y &= \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right)\cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right) - \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right)\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right) - \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right)\cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right) - \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right)\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right) = \\
 &= -2\sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right)\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right).
 \end{aligned}$$

Это и есть функция нормальной волны, полученная путем наложения синусоидальных волн, выраженных функциями (9) и (10). Обратите внимание, что она является произведением части, выражающей изменение в зависимости от времени  $\sin(2\pi/T \times t)$ , и части, выражающей изменение в зависимости от местонахождения  $\cos(2\pi/\lambda \times x)$ . Узлы такой волны всегда в одних и тех же местах ( $x = \lambda/4, 3\lambda/4, 5\lambda/4, \dots$ ). Другими словами, данная волна не перемещается.

На графике представлена нормальная волна в те же моменты времени, какие использовались на графике в манге.

Таблица 1. Виды функции нормальной волны в разные моменты времени

t	0	$T/16$	$2T/16 = T/8$	$3T/16$	$4T/16 (=T/4)$
y	0	$-2\sin(\pi/8)\cos(2\pi x/\lambda)$	$-2\sin(\pi/4)\cos(2\pi x/\lambda)$	$-2\sin(3\pi/8)\cos(2\pi x/\lambda)$	$-2\sin(\pi/2)\cos(2\pi x/\lambda)$

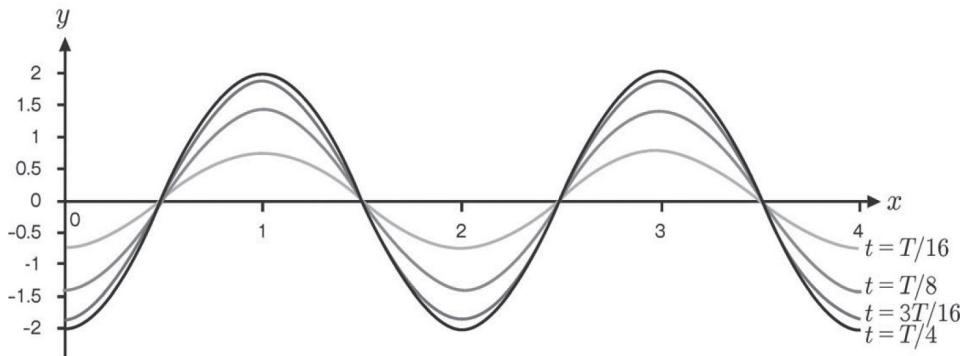


Рисунок 8. Изменение нормальной волны в зависимости от времени

## Дополнительный материал. Экспертный уровень

Чтобы глубже разобраться с явлением волнового движения, не избежать математических формул. В данном разделе мы рассмотрим волновое движение на основе ключевого в механике уравнения движения. Этот раздел предназначен для тех, кто хочет получить объяснение с более широким использованием математики.



### Дифференциальное уравнение движения

Если использовать знак дифференциала, то ускорение будет дифференциалом скорости по времени, а скорость – дифференциалом местоположения по времени. Тогда если скорость мы обозначим за  $v$  (м/с), а местоположение – за  $x$  (м), то ускорение  $a$  (м/с<sup>2</sup>) будет равно:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}.$$

Используя эту формулу, преобразуем уравнение движения:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = F,$$

вот так будет выглядеть дифференциальное уравнение движения.



### Уравнение движения и простые колебания

Используя уравнение движения, представим колебания груза, прикрепленного к пружине. Как изображено на рис. 9, возьмем груз с массой  $m$ , лежащий на ровной поверхности, где нет трения, и прикрепленный к пружине, длина которой в недеформированном состоянии равна  $d$ . Размером груза в данном случае пренебрегаем. Предположим, что груз сместился на  $y$  относительно естественного местоположения (состояния покоя). Тогда воздействующая на груз сила упругости пружины<sup>4</sup> будет равна:

$$F = -ky,$$

где  $k$  – это коэффициент жесткости пружины. Из этой формулы понятно, что при растягивании пружины сила будет направлена в отрицательном направлении, а при сжатии пружины сила будет направлена в положительном направлении. Другими словами, на груз будет воздействовать сила, стремящаяся вернуть пружину в состояние покоя.

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d^2(x + y)}{dt^2} = \frac{d^2y}{dt^2}. \quad (11)$$

<sup>4</sup> Речь идет о законе Гука, который гласит, что «сила упругости пропорциональна произведенней деформации». Но чтобы упростить наш текст, мы в дальнейшем будем сокращать это описание.

Ускорение равно<sup>5</sup>, отсюда получаем уравнение движения вида:

$$m \frac{d^2y}{dt^2} = -ky.$$

Более того:

$$\frac{k}{m} = \omega.$$

Подставим в уравнение и преобразуем. Получим:

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \omega^2 y = 0.$$

А в том, что функция простых колебаний (2) удовлетворяет данному дифференциальному уравнению, можно убедиться, использовав подстановку.

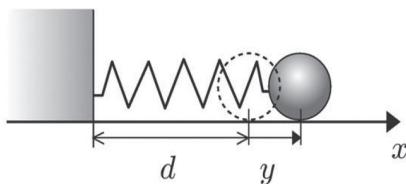


Рисунок 9. Прикрепленный к пружине груз



## Волновое уравнение

Представим себе множество одинаковых пружин с грузами, соединенных в одну линию, как это изображено на рис. 10. На рисунке все эти грузы показаны находящимися в состоянии покоя. Расстояние от груза до груза, другими словами – длина пружины в состоянии покоя, равно  $d$  (хотя на рисунке груз изображен довольно большим, мы считаем, что он настолько мал, что его величиной можно пренебречь). Если один груз в этой цепи заставить колебаться, то начнут колебаться и обе соединенные с грузом пружины, а вслед за ними и грузы с других концов этих пружин. И таким образом колебание шаг за шагом дойдет и до удаленных от места начального колебания грузов в цепи. Распространяемое подобным образом от груза к грузу колебание будет являться не чем иным, как волной. То есть соединенные в одну цепь грузы с пружинами являются самой простой моделью волны в среде.



Рисунок 10. Соединенные между собой грузы и пружины  
(все грузы находятся в состоянии покоя)

<sup>5</sup> Поскольку длина пружины в состоянии покоя  $d$  – постоянная величина, то она при дифференцировании сократится.

А теперь подумаем о движении груза, основываясь на уравнении движения. Мы считаем, что груз движется вдоль оси  $x$  (волна в данном случае будет продольной). Сконцентрируем внимание на грузе с номером  $n$  и составим для него уравнение движения. Координата местоположения груза  $n$  в состоянии покоя будет  $x = nd$ . Поэтому если обозначим за  $y_n$  смещение груза  $n$  из положения покоя, то местоположение груза  $n$  после колебания будет  $x_n = nd + y_n$ . В таком случае ускорение груза в соответствии с формулой (11) для простых колебаний будет равно:

$$\frac{d^2x_n}{dt^2} + \frac{d^2(nd + y_n)}{dt^2} = \frac{d^2y_n}{dt^2}.$$

Следовательно, если вес груза равен  $m$ , то уравнение движения будет:

$$m \frac{d^2y_n}{dt^2} = F_n. \quad (12)$$

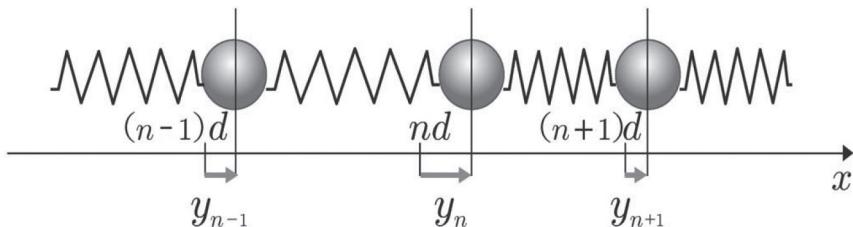
Однако сила  $F_n$ , действующая на груз  $n$ , является силой упругости пружин с обеих сторон от груза. Пружина с правой стороны будет тянуть в положительном направлении по оси  $x$  с силой  $k(y_{n+1} - y_n)$ , определяемой разницей в смещении  $y_{n+1} - y_n$ . А пружина с левой стороны будет давить в положительном направлении по оси  $x$  с силой  $k$ . Что касается знака силы, то его всегда можно определить, рассуждая следующим образом: «чем больше  $y_{n+1}$ , тем больше окажется сила  $k(y_{n+1} - y_n)$ , растягивающая пружину вправо, а значит, эта сила будет со знаком плюс». Если объединить силы упругости обеих пружин, получим:

$$F_n = k(y_{n+1} - y_n) + k(y_{n-1} - y_n).$$

Если подставить это в формулу (12), получим уравнение движения:

$$m \frac{d^2y_n}{dt^2} = k(y_{n+1} - y_n) + k(y_{n-1} - y_n). \quad (13)$$

Эта формула будет верна для  $n = 1, 2, \dots, N - 1$  и для смещения грузов  $y_1, y_2, \dots, y_{N-1}$ .<sup>6</sup>



<sup>6</sup> Для грузов на концах цепи ( $n = 0, N$ ) формула будет другой, но в данном случае мы опускаем это.

Теперь из этого уравнения движения попробуем вывести уравнение волнового движения. Прежде всего заменим  $y_n$  следующим образом:

$$y_n = u(nd, t).$$

Мы всего лишь вместо нижнего индекса  $n$  написали  $nd$  и время обозначили как  $t$ . Более того, если заменить  $nd = x$ , то получим:

$$y_n = u(x, t), \quad y_{n \pm 1} = u(x \pm d, t).$$

Если теперь это подставить в уравнение движения (13), то получим:

$$\frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} = k \{u(x + d, t) - u(x, t)\} + k \{u(x - d, t) - u(x, t)\}. \quad (14)$$

Однако знак дифференциала здесь меняется на знак частной производной, так как в уравнении теперь появились две переменные. Обратите внимание, что так как мы делали только простые замены, то полученное уравнение движения абсолютно такое же, как уравнение движения (13), хотя оно и выглядит иначе.

А теперь из уравнения (14) выведем приблизительное уравнение волнового движения. Представим, что наш груз имеет размер не больше атома, и тогда силу пружин, соединяющих между собой грузы, можно считать силой между выстроенными в ряд частицами. И эта сила между частицами такова, что когда частицы пытаются отдалиться друг от друга на расстояние большее, чем расстояние в состоянии покоя  $-d$ , то возникает сила, притягивающая частицы друг к другу, а когда, наоборот, частицы пытаются сблизиться на расстояние, меньшее  $d$ , то возникает сила, расталкивающая частицы. Если же представим, что таких частиц на отрезке длиной в 1 мм несколько сотен, то можно считать, что частицы непрерывно двигаются. Отсюда следует, что  $x$  можно считать непрерывной переменной. И тогда при условии  $x \gg d$ , можно разложить  $u(x \mp d, t)$  в ряд Тейлора (см. приложение на стр. 220):

$$u(x \pm d, t) \approx u(x, t) + \frac{\partial u(x, t)}{\partial t}(\pm d) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2}(\pm d)^2.$$

Подставим в уравнение (14):

$$m \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} = kd^2 \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2}.$$

А если теперь подставить

$$v = \sqrt{\frac{kd^2}{m}}, \quad (15)$$

получится:

$$\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2}. \quad (16)$$

Уравнение (16) и называется **волновым уравнением**.



## Волновое уравнение для поперечной волны

Используя рассуждения предыдущего раздела, попробуем теперь вывести уравнение волнового движения для поперечной волны. Возьмем поперечную волну, образованную струной с линейной плотностью  $\rho$ , которая была натянута с силой  $T$ . А теперь представим, что струна длиной  $d$  состоит из отдельных микроскопических частей, и, более того, эти части дискретизированы, тогда можно считать струну совокупностью материальных точек с массой  $m$ . На рис. 11 схематически изображены в увеличенном масштабе материальная точка  $n$  и увеличение материальной точки  $n$  и соседствующих с ней точек во время колебания струны. На графике представлены материальные точки, абсциссы которых отличаются друг от друга на  $d$ . Если смотреть с точки зрения координат на оси  $x$ , то через каждое расстояние  $d$  у нас находятся материальные точки. Когда амплитуда небольшая, то по направлению вдоль оси  $x$  на каждую материальную точку будут справа и слева воздействовать силы натяжения  $T$  одинаковой величины, поэтому смещением по оси  $x$  можно пренебречь. В то же время воздействующие на смещение вдоль оси  $y$  силы не сбалансированы и будут вызывать колебания каждой материальной точки.

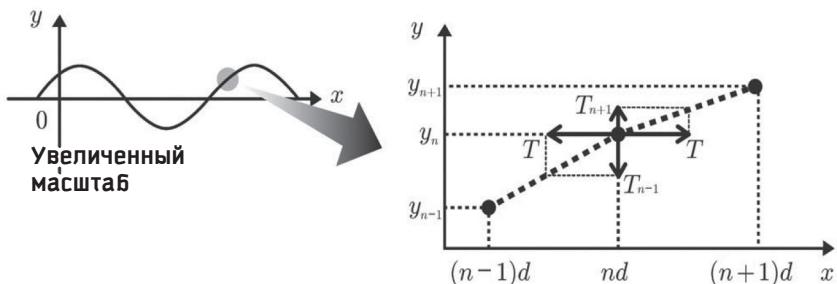


Рисунок 11. Вызванная струной поперечная волна, а также смещение одной микроскопической части и силы, воздействующие на эту часть

Если возьмем материальную точку  $n$  (с координатой  $x = nd$ ), как показано на рис. 11, то уравнение движения для этой точки будет таким же, как и уравнение (12):

$$m \frac{d^2 y_n}{dt^2} = F_n.$$

Однако силу  $F_n$ , воздействующую по направлению оси  $y$ , можно выразить как

$$F_n = T_{n+1} - T_{n-1}.$$

Из подобия треугольников следует:

$$\frac{T_{n+1}}{T} = \frac{y_{n+1} - y_n}{d}, \quad \frac{T_{n-1}}{T} = \frac{y_n - y_{n-1}}{d}.$$

Следовательно, получается:

$$T_{n+1} - T_{n-1} = \frac{T}{d} (y_{n+1} - y_n) - \frac{T}{d} (y_n - y_{n-1}).$$

Подставим это в уравнение движения:

$$m \frac{d^2 y_n}{dt^2} = \frac{T}{d} (y_{n+1} - y_n) + \frac{T}{d} (y_n - y_{n-1}).$$

Если же заменить  $k = T/d$ , то полученное уравнение совпадет с уравнением (13). Следовательно, если далее провести такие же преобразования, как в предыдущем разделе, то сможем вывести волновое уравнение:

$$\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2}.$$

Однако в данном случае  $u(x, t)$  выражает смещение по оси  $y$ . Кроме того, если скорость волны равна  $v$ , то, подставив в формулу (15) замену  $k = T/d$ , получим:

$$v = \sqrt{\frac{Td}{m}}.$$

Здесь  $m$  – это вес микроскопической части струны с линейной плотностью  $\rho$  и длиной  $d$ . Поэтому  $m = \rho d$ . Подставив это в предыдущее уравнение, получим:

$$v = \sqrt{\frac{T}{\rho}}.$$

Это называется **уравнением скорости поперечной волны в струне**.



## Скорость продольной волны и модуль Юнга

Подумаем над смыслом скорости волны, выраженной уравнением (15). Прежде всего используем плотность  $\rho = m/d$ :

$$v = \sqrt{\frac{kd}{\rho}}. \quad (15')$$

Если пружина, имеющая в свободном состоянии длину  $d$  и коэффициент жесткости  $k$ , под воздействием силы  $F$  растягивается на  $\Delta d$ , то из закона Гука следует:

$$F = k \Delta d.$$

Используя эту формулу, преобразуем  $kd$ :

$$kd = k \Delta d \left( \frac{d}{\Delta d} \right) = \frac{F}{\Delta d / d}.$$

Другими словами, получается, что  $kd$  – это «значение, равное воздействующей силе  $F$ , деленной на коэффициент растяжения  $\Delta d/d$ ».

Обобщим: на тонкий и длинный объект с площадью поперечного сечения  $S$  и длиной  $L$  воздействует по направлению его длины сила  $F$ , вследствие чего возникает растяжение  $\Delta L$ . В этом случае сила, воздействующая на объект, равна:

$$F = \left( \frac{ES}{L} \right) \Delta L$$

где  $E(\text{Н/м}^2)$  – это так называемый **модуль Юнга (коэффициент упругости)**. Используя модуль Юнга, можно заменить  $kd = ES$ . И подставив это в уравнение (15), получим:

$$v = \sqrt{\frac{ES}{\rho}}.$$

Представленная в уравнении (15) величина  $kd$  пропорциональна модулю Юнга.



## Решение волнового уравнения

В разделе об уравнении и графике синусоидальной волны мы узнали, что синусоидальная волна описывается следующей функцией:

$$u(x, t) = A \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x - 2\pi ft\right), \quad (17)$$

где  $\lambda$  – длина волны, а  $f$  – частота колебаний. (Чтобы выяснить взаимосвязь с волновым уравнением, здесь вместо  $u$  записано  $u(x, t)$ .) А теперь покажем, что эта формула соответствует волновому уравнению:

$$\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left\{ A \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x - 2\pi ft\right) \right\} = \frac{1}{v^2} \left\{ -(-2\pi f)^2 A \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x - 2\pi ft\right) \right\}.$$

Прежде всего вычислим частные производные для правой и левой частей. Получим:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left\{ A \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x - 2\pi ft\right) \right\} = \left\{ -\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 A \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x - 2\pi ft\right) \right\}.$$

Эти две части уравнений равны, когда выполняется условие:

$$\frac{1}{v^2} (-2\pi f)^2 = \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2.$$

Другими словами, когда:

$$\frac{f^2}{v^2} = \frac{1}{\lambda^2}.$$

Так как  $v, f$  и  $\lambda$  положительны, то:

$$v = f\lambda.$$

А значит, при этом условии уравнение синусоидальной волны (17) удовлетворяет условиям волнового уравнения (16). Таким образом, так называемая «основная формула волны» (18) является всего лишь условием, при котором синусоидальная волна удовлетворяет волновому уравнению.



## Принцип суперпозиции и волновое уравнение

Объясним принцип суперпозиции (наложения) волн, используя волновое уравнение. Предположим, что две волны  $u_1(x, t)$ ,  $u_2(x, t)$  удовлетворяют волновому уравнению. То есть

$$\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u_1(x, t)}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u_1(x, t)}{\partial x^2}$$

и

$$\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u_2(x, t)}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u_2(x, t)}{\partial x^2}.$$

В таком случае, если сложить обе части данных уравнений, получим:

$$\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u_1(x, t)}{\partial t^2} + \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u_2(x, t)}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u_1(x, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_2(x, t)}{\partial x^2}.$$

Другими словами:

$$\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} [u_1(x, t) + u_2(x, t)] = \frac{\partial^2}{\partial x^2} [u_1(x, t) + u_2(x, t)].$$

Из этого уравнения следует, что волна, полученная вследствие наложения волн  $u_1(x, t)$  и  $u_2(x, t)$ :

$$\omega(x, t) = u_1(x, t) + u_2(x, t),$$

– тоже удовлетворяет волновому уравнению. Другими словами:

$$\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \omega(x, t)}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \omega(x, t)}{\partial x^2}.$$

А это не что иное, как принцип суперпозиции. Теперь рассмотрим в общем случае. Имеются волны  $u_i(x, t)$ , где  $i = 1, 2 \dots n$ , для которых выполняется волновое уравнение (16), и где  $a_i$  ( $i = 1, 2 \dots n$ ) – это произвольные константы:

$$\omega(x, t) = a_1 u_1(x, t) + a_2 u_2(x, t) + \dots + a_n u_n(x, t) = \sum_{i=1}^n a_i u_i(x, t).$$

В данном случае тоже можно легко доказать, используя те же рассуждения, что и ранее для двух волн, что полученная волна будет удовлетворять волновому уравнению. Это принцип суперпозиции для общего случая.

### Развивающая задача

Возьмем произвольные функции  $f(x)$  и  $g(x)$ , для которых:

$$u(x, t) = f(x - vt) + g(x + vt).$$

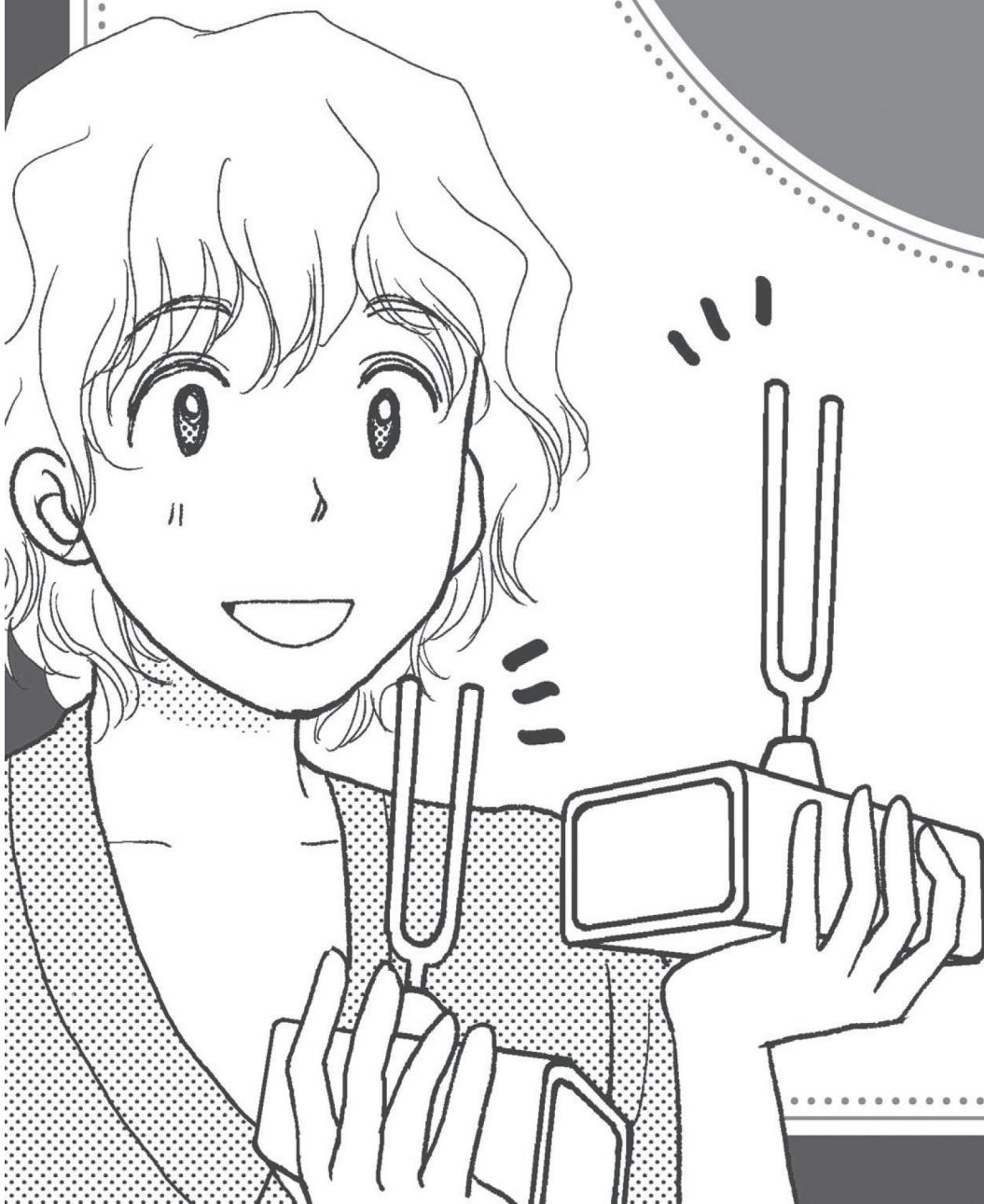
Докажите, что это уравнение будет удовлетворять волновому уравнению (16). Для этого считаем, что имеется наложение волны, движущейся со скоростью  $v$  в положительном направлении вдоль оси  $x$  (вид волны может быть любым), и волны, движущейся со скоростью  $v$  в обратном направлении вдоль оси  $x$  (вид волны опять же может быть любым).

(Ответ на стр. 222.)



# ГЛАВА 3

# ЗВУК



Бах!

ОТОХА! ТЫ ТАК И ПРИШЛА?

ТА-ДАМ!

АГА, Я ПРЯМО С ТРЕНИРОВКИ!

ЧТОБЫ ТЫ СКОРЕЕ ПОПРАВИЛСЯ, Я ТЕБЕ В ПОДДЕРЖКУ СТАНИЮ!

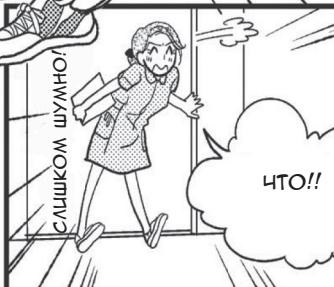
ЧТО?

ДАВАЙ!  
ДАВАЙ!

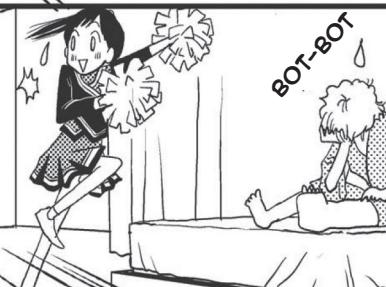
КО-У-КИ!!

Ц АВА-Ц ТРЫ

ОЙ-ОЙ



ЧТО!!





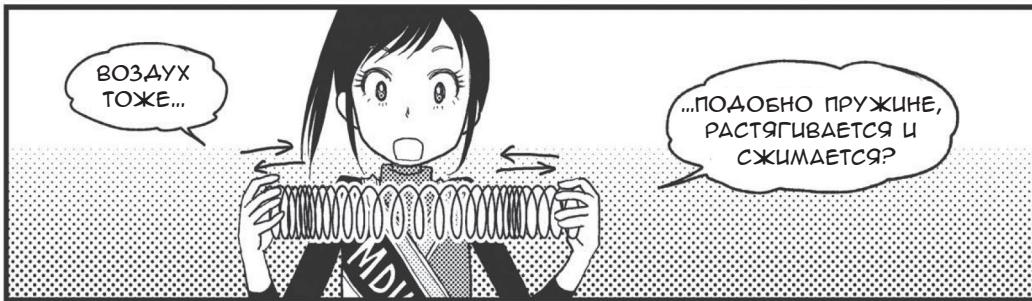
## 1. Звуковые волны. Основы

- Как распространяется звук



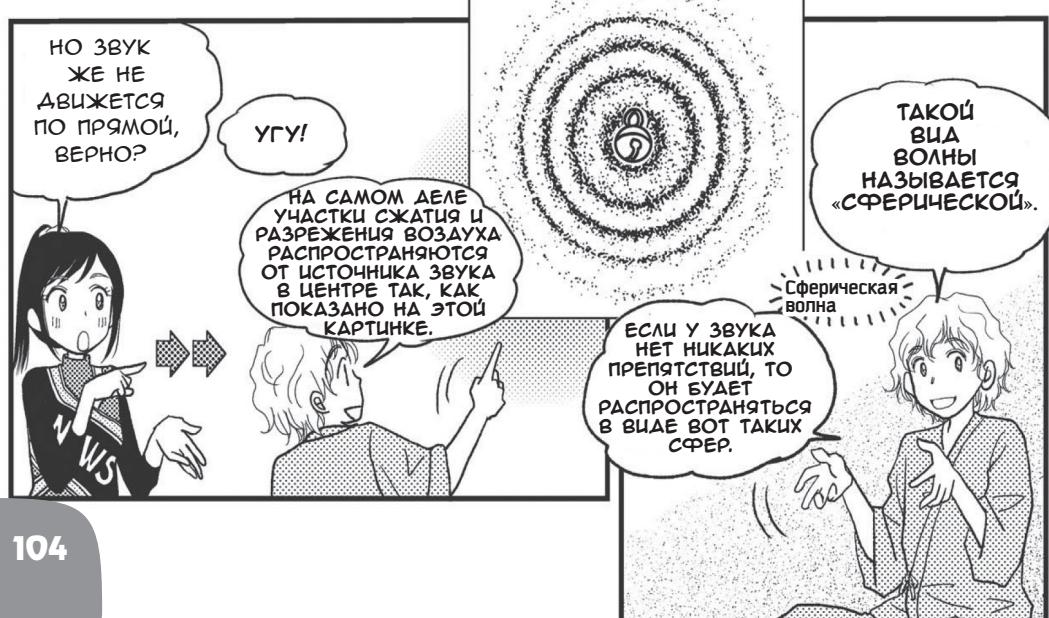
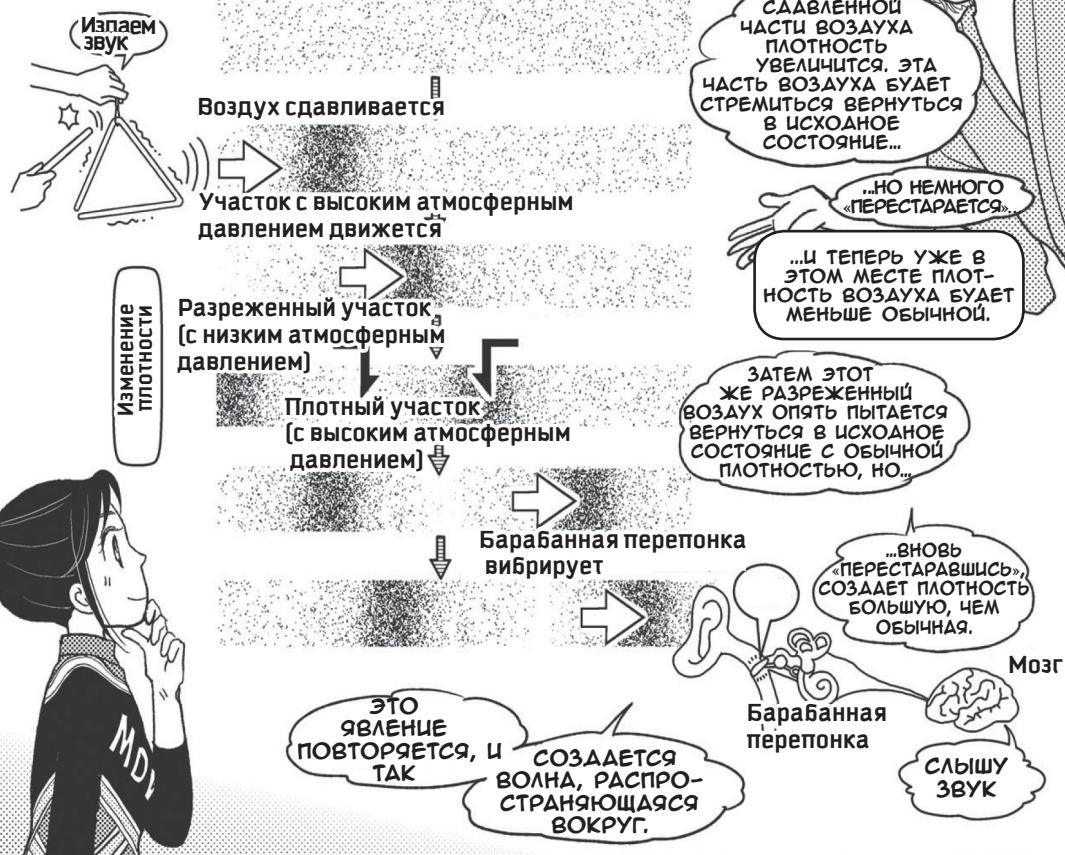




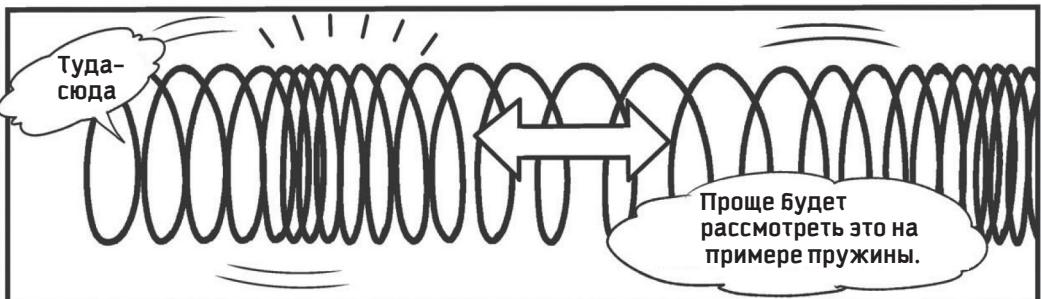
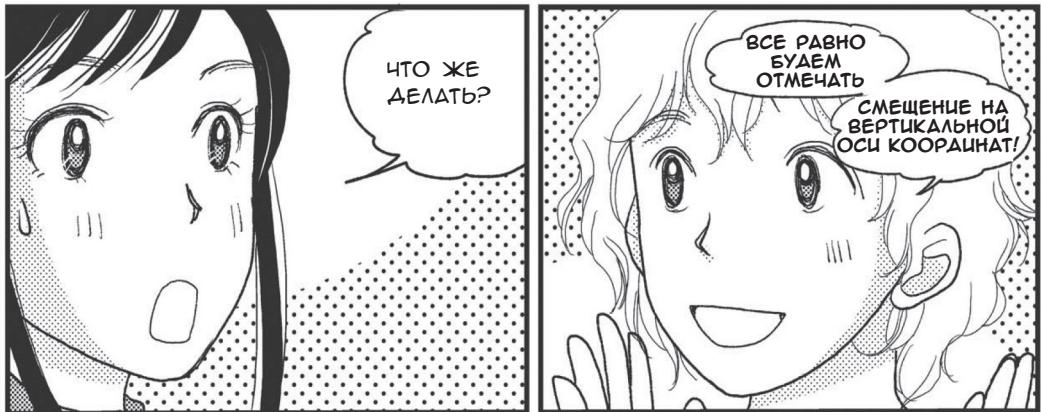




## Частицы воздуха



- График звуковой волны



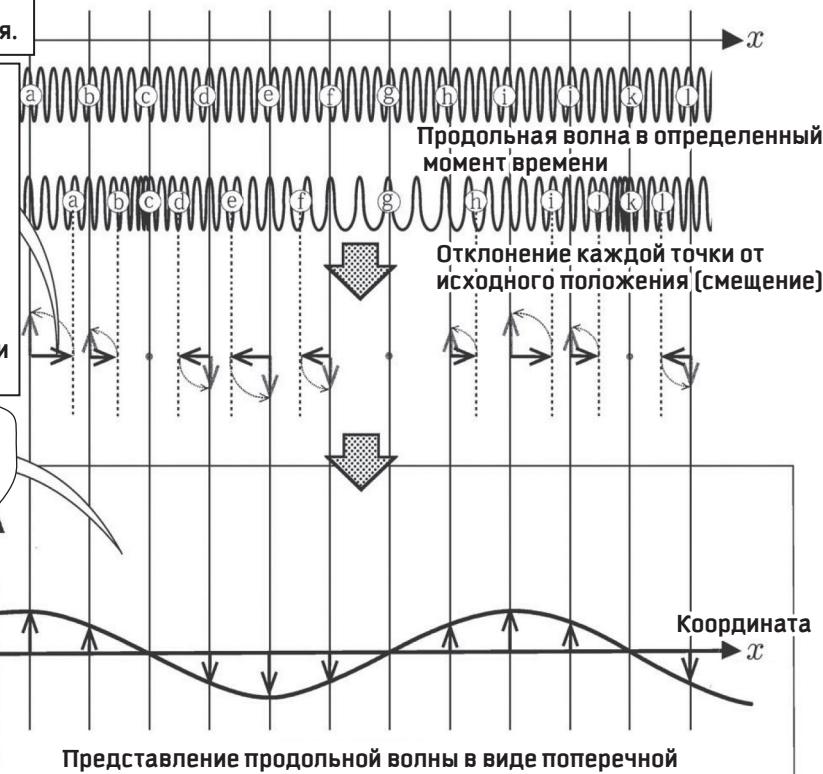
Прежде всего укажем стрелочкой положение каждой из отмеченных точек относительно их положения до начала колебания.

Далее развернем эти стрелочки против часовой стрелки на 90°, чтобы они оказались перпендикулярными к прежнему положению. И затем перенесем эти стрелочки

на график «координата-смещение», соединив линией.

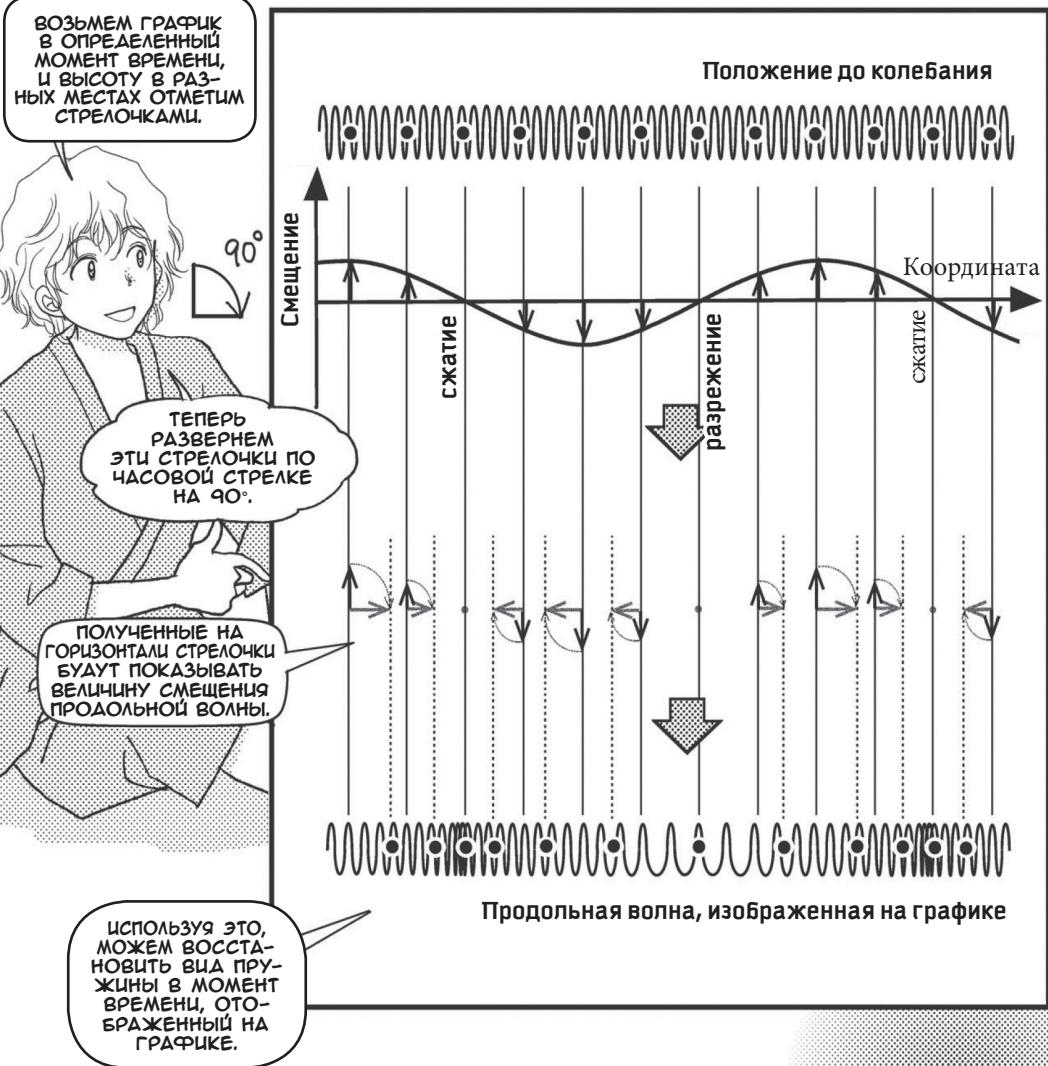
Построим график изменения плотности пружины в определенный момент времени.

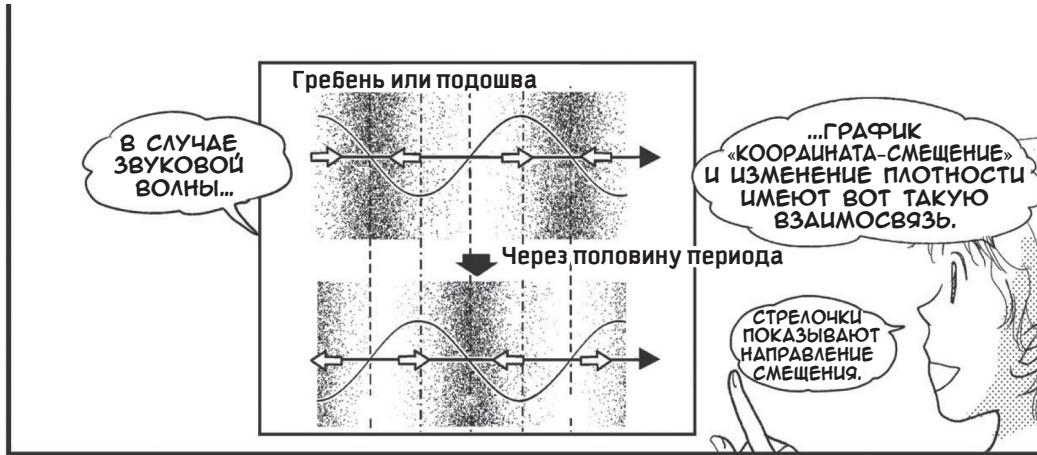
Положение до колебания



ТАК МЫ  
ПЕРЕМЕСТИЛИ  
ОТКЛОНЕНИЯ СРЕДЫ ОТ  
ИСХОДНОГО СОСТОЯНИЯ  
НА ОСЬ Y.

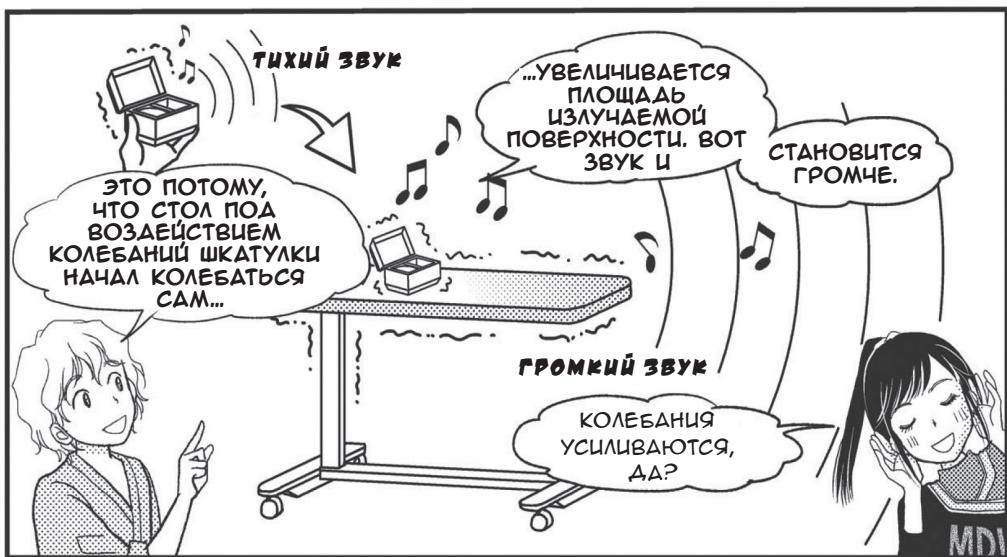
ЗНАЧИТ, МОЖНО И НА ВЕРТИКАЛЬНОЙ ОСИ ОТМЕТИТЬ  
ТО, НАСКОЛЬКО СРЕДА ИЗМЕНИЛАСЬ, ДА?





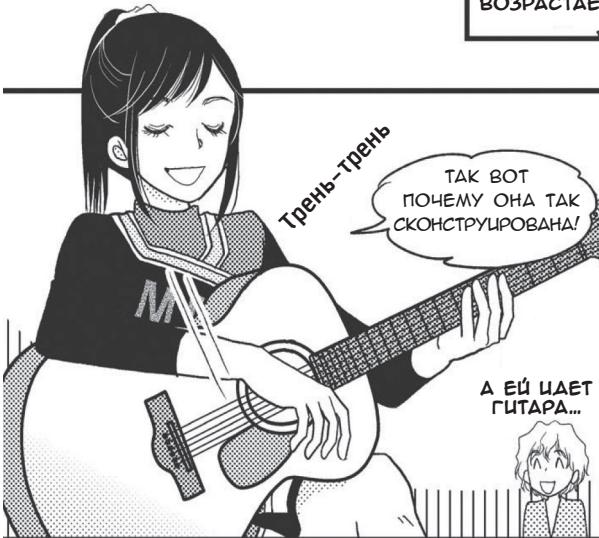
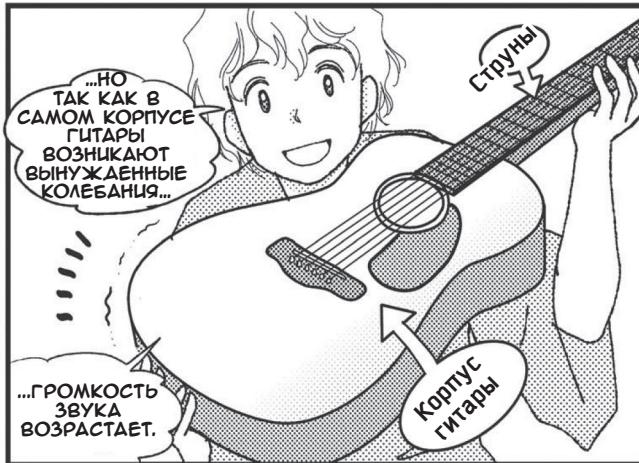
## 2. Как распространяется звуковая волна?



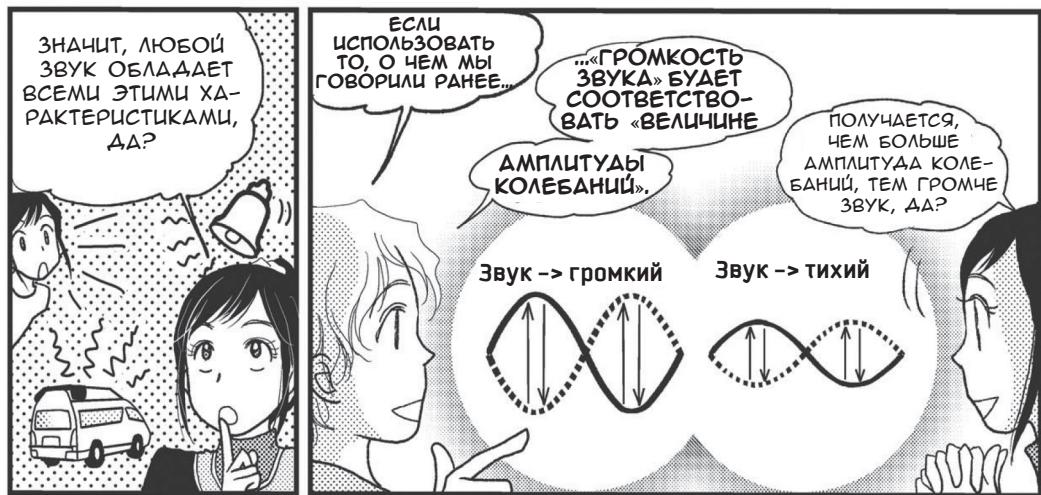


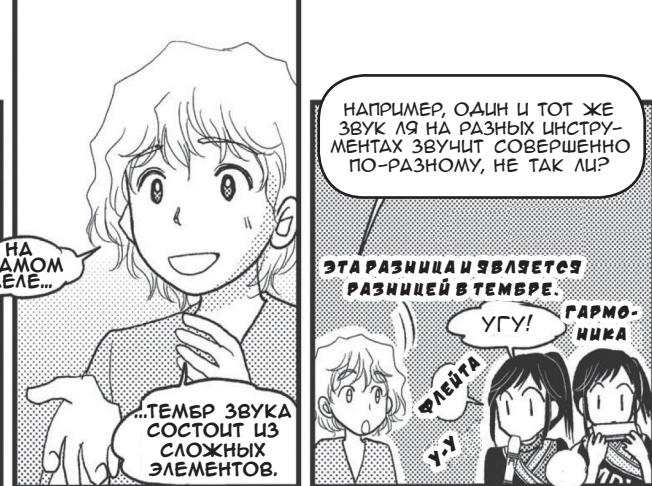


## • Резонанс



• Три характеристики звука





Например, один и тот же звук ля на разных инструментах звучит совершенно по-разному, не так ли?

ЭТА РАЗНИЦА И ЯВЛЯЕТСЯ РАЗНИЦЕЙ В ТЕМБРЕ.

ГАРМОНИКА

УГУ!

ФЛЕЙТА

У-У



Синусоидальная волна

Время →



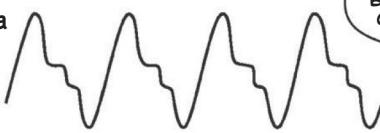
ЗВУК МУЗЫКАЛЬНЫХ ИНСТРУМЕНТОВ НЕ ЯВЛЯЕТСЯ ПРОСТОЙ СИНУСОИДАЛЬНОЙ ВОЛНОЙ...

Скрипка



...А ПРЕДСТАВЛЯЕТ СОБОЙ СЛОЖНУЮ ВОЛНУ, ОБЪЕДИНЯЮЩУЮ В СЕБЕ НЕСКОЛЬКО СИНУСОИДАЛЬНЫХ ВОЛН...

Флейта



Голос (а-а)



Шум



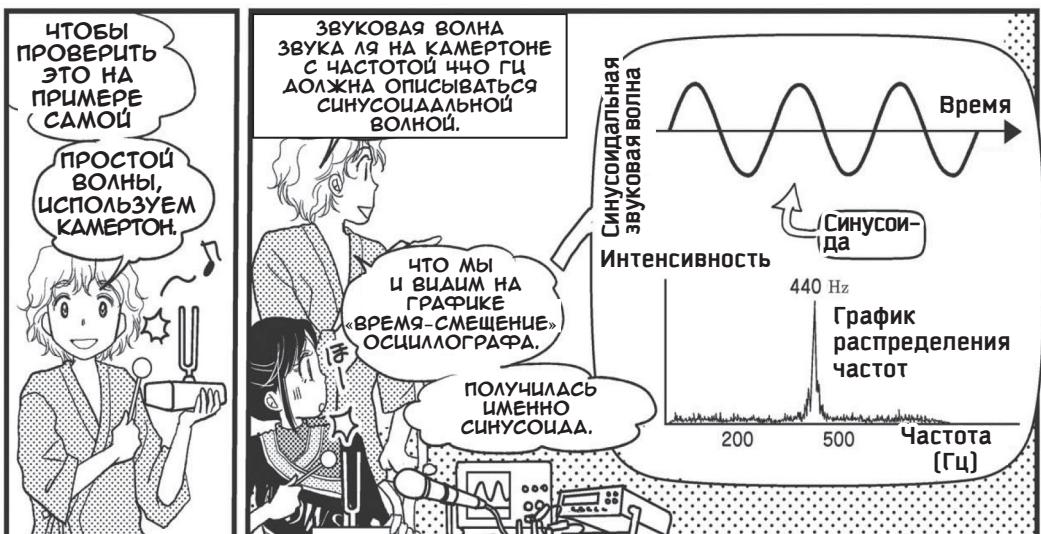
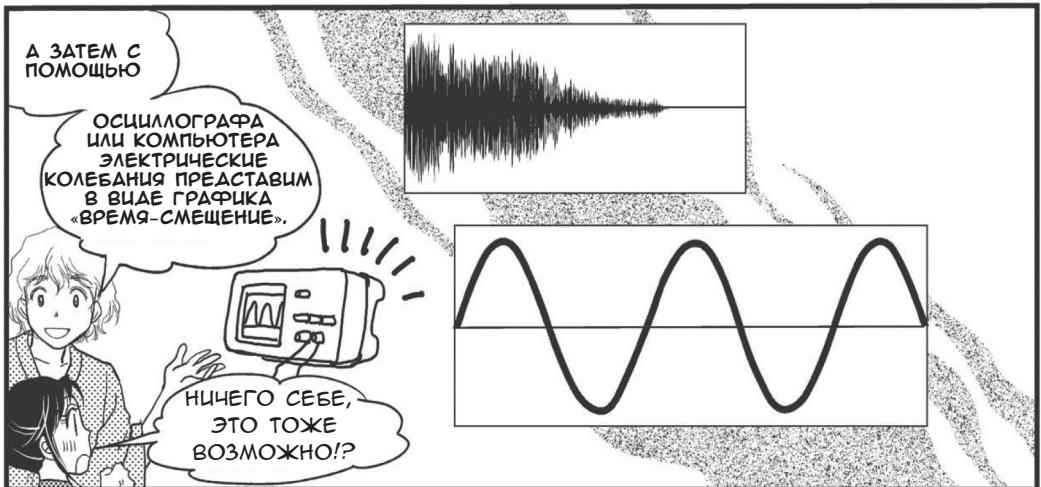
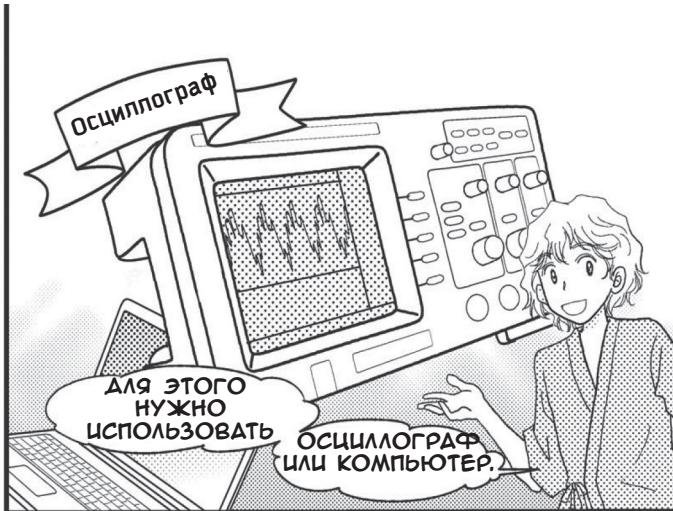
...ЭТИМ И ОБУСЛОВЛЯЕТСЯ РАЗНИЦА В ТЕМБРЕ.

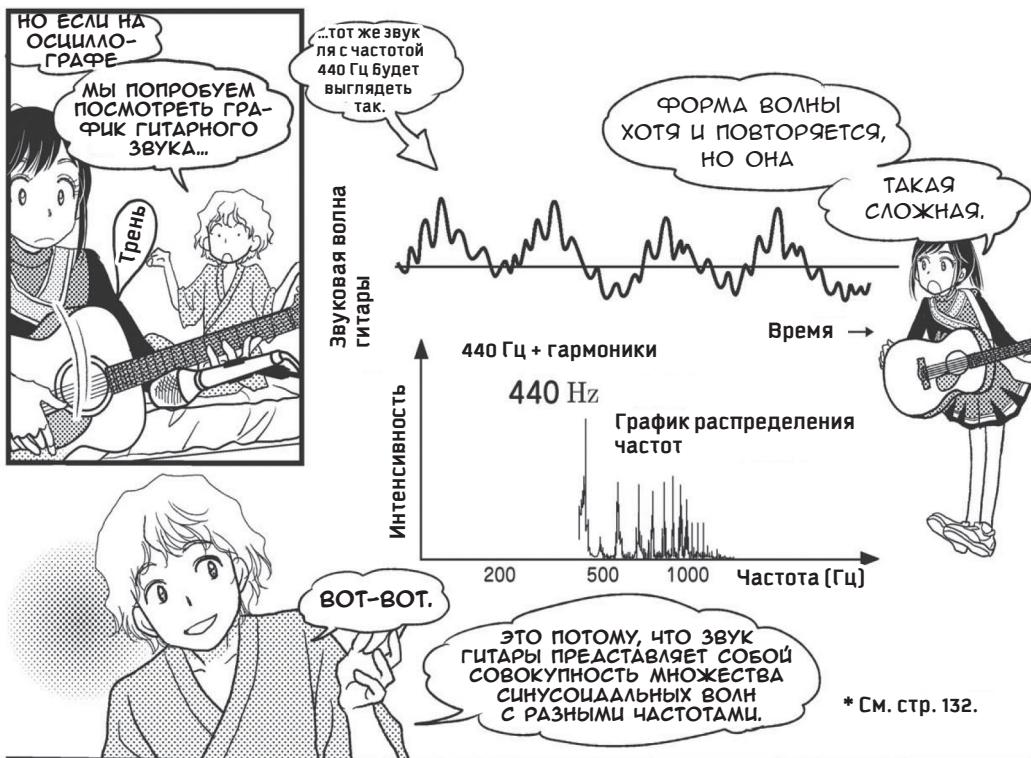
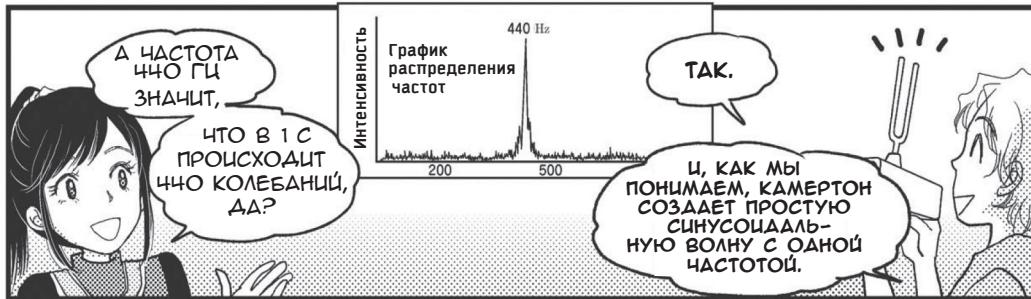
ВОТ КАК...

- Звук музыкальных инструментов



В САМОМ ДЕЛЕ?

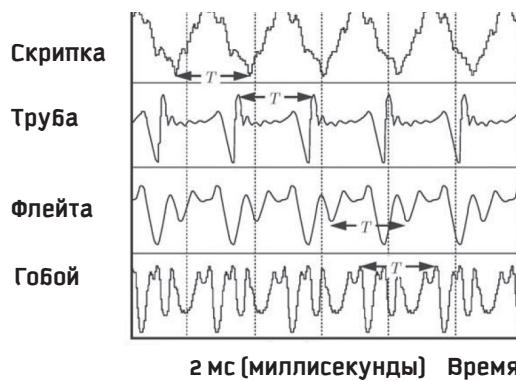




## Лабораторная работа. Графики «время–смещение» для разных музыкальных инструментов



Рассмотрим графики «время–смещение» на осциллографе для звука ля с частотой 440 Гц для разных музыкальных инструментов. Так как соотношение периода  $T$  (с) и частоты  $f$  (Гц) следующее:  $T = 1/f$ , то мы должны увидеть волну с периодом  $T = 1/440 = 2,27 \times 10^{-3}$  с. И в самом деле, через каждый период  $T$  форма волны повторяется.



Формы волн для каждого инструмента совсем разные.



Поскольку в каждом случае мы накладываем друг на друга синусоидальные волны с разными частотами, то и форма полученных в результате волн будет различной. Например, если наложить четыре синусоидальные волны, то вот что получится. При наложении всего лишь четырех волн выйдет достаточно сложная форма. Поэтому при наложении большего числа синусоидальных волн, например в случае скрипки или флейты, форма волны будет более сложной.

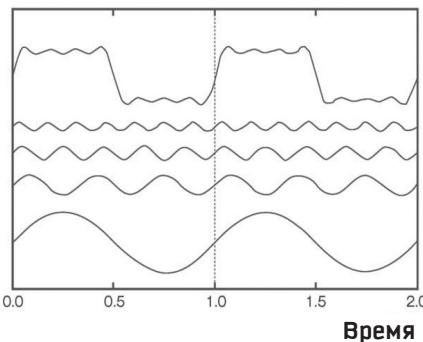
Результат наложения волн

7-кратная частота

5-кратная частота

3-кратная частота

Основное колебание

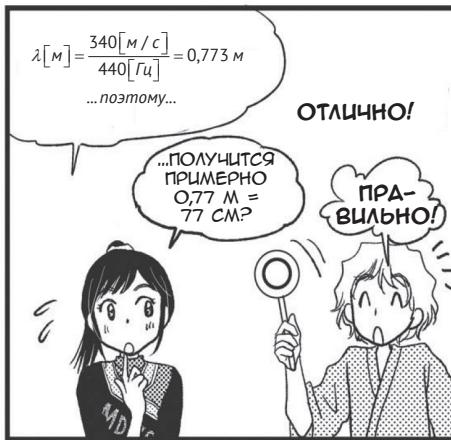


## • Скорость звука



- Диапазон слуха и длина волны

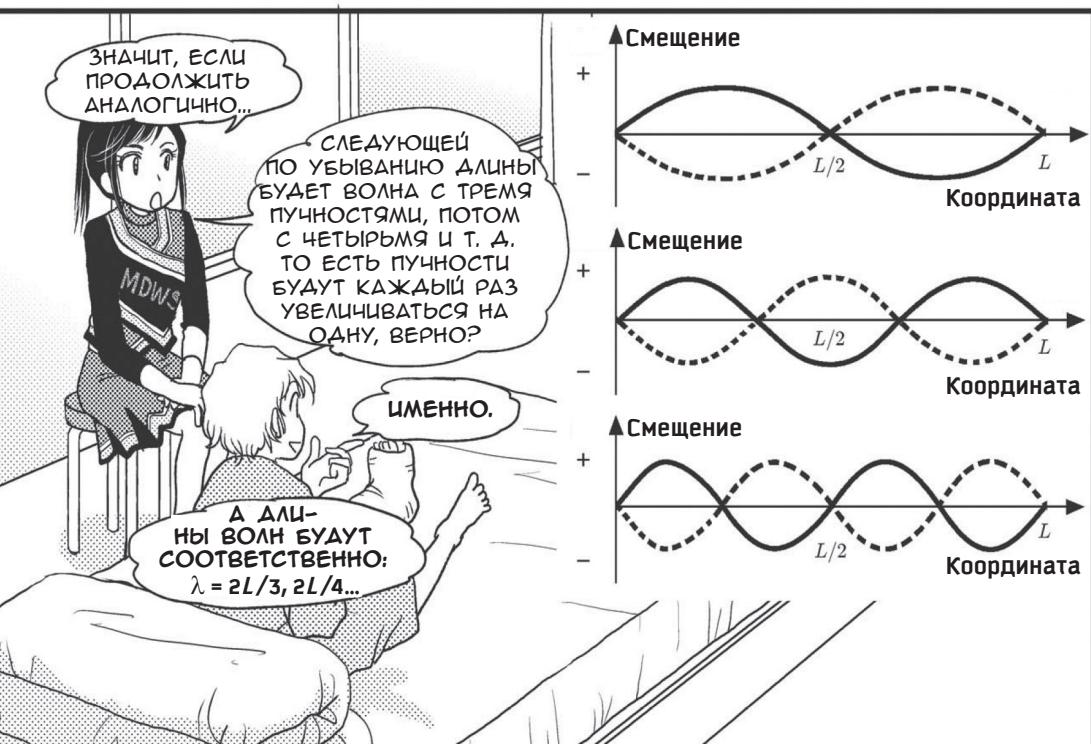
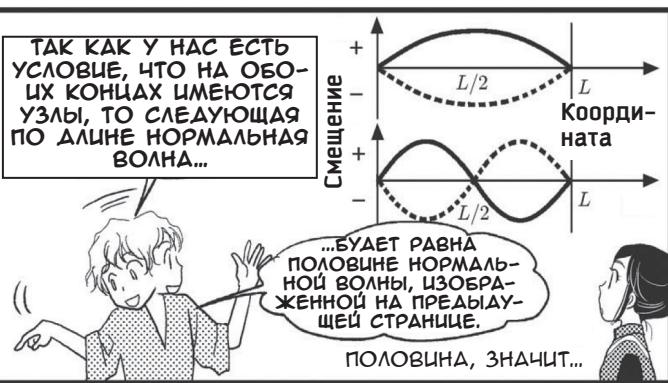




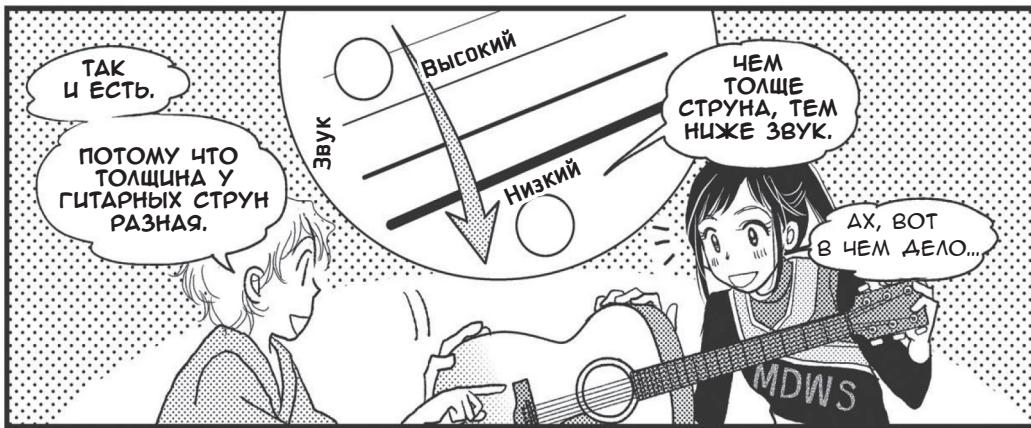
### 3. Нормальная волна звука и биение

- Нормальное колебание струны

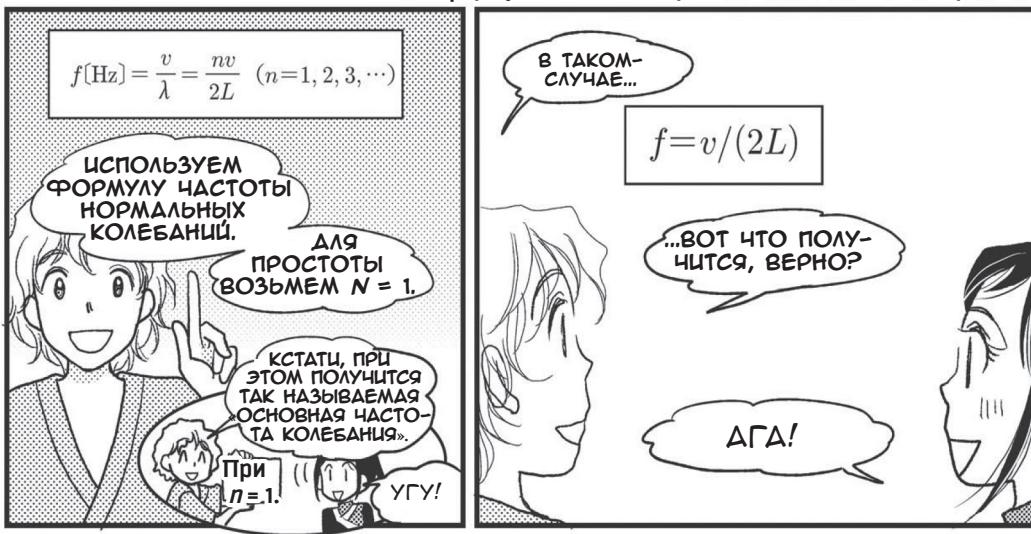








\* В формулах далее сокращаются единицы измерения.



$$f = v / (2L)$$





1 (Н) значит  $1 \text{ кг}\cdot\text{м}/\text{с}^2$ . Подробнее о единицах измерения см. приложение А на стр. 217.

## • Воздушный столб и резонанс



СТРУНА ГИТАРЫ СОЗДАЕТ НОРМАЛЬНУЮ ПОПЕРЕЧНУЮ ВОЛНУ,

КОТОРАЯ ЧЕРЕЗ КОРПУС ГИТАРЫ РАСПРОСТРАНЯЕТСЯ В ВОЗДУХЕ.

УГУ!

А НАПРИМЕР, ВО ФЛЕЙТЕ ИЛИ БЛОК-ФЛЕЙТЕ НОРМАЛЬНАЯ ВОЛНА

СОЗДАЕТСЯ НЕ-ПОСРЕДСТВЕННО СРАЗУ В ВОЗДУХЕ.

ВОЗДУШНЫЙ СТОЛБ

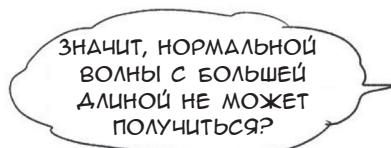
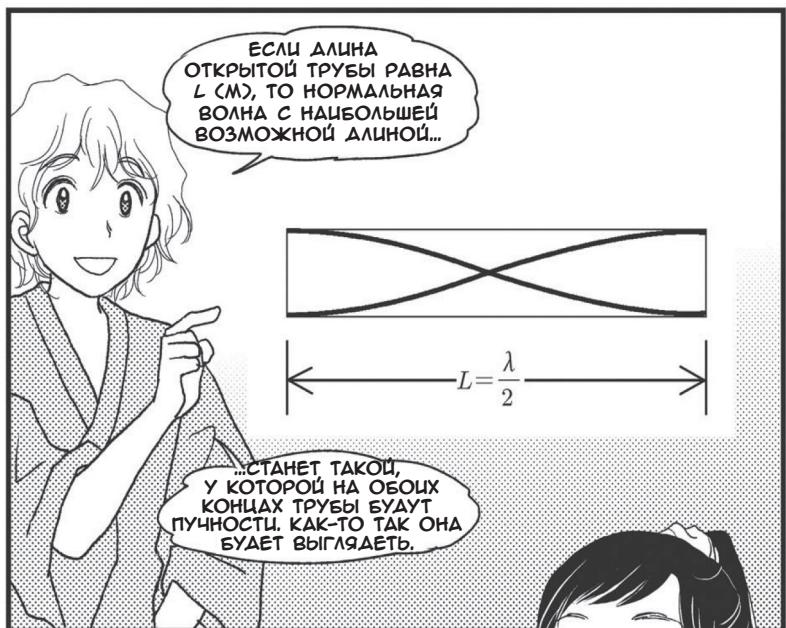
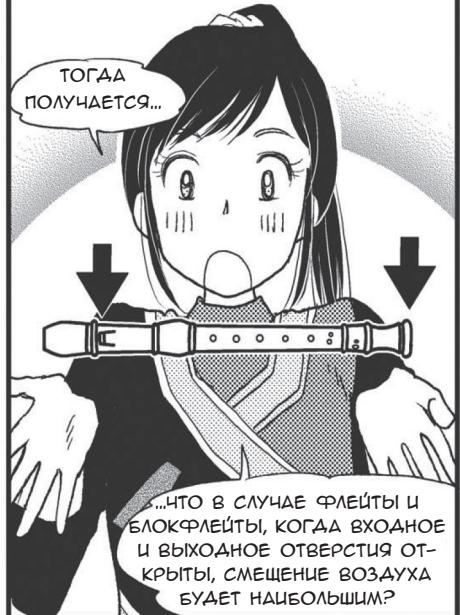
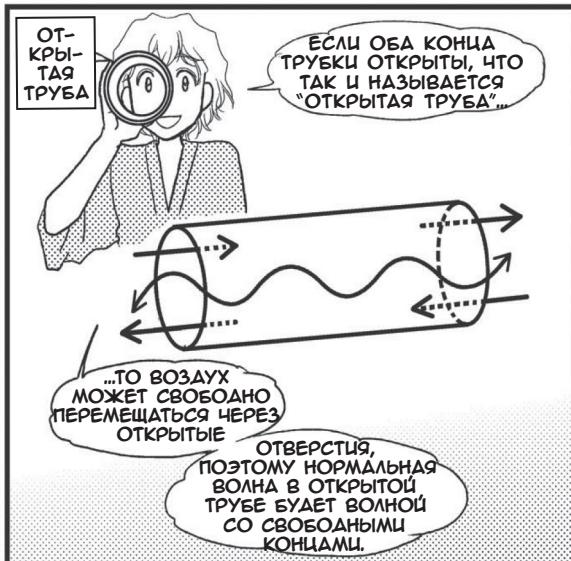
Нормальная волна в этом случае создается «воздушным столбом», то есть воздухом, находящимся в канале флейты.

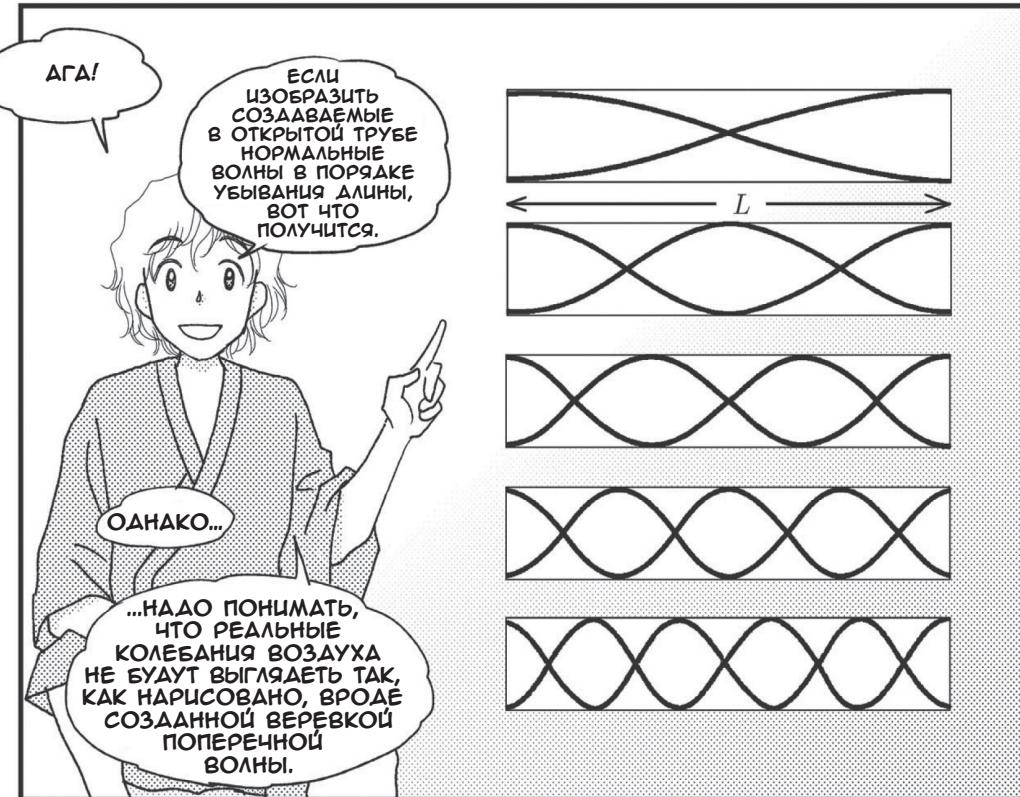
А КАКИЕ НОРМАЛЬНЫЕ ВОЛНЫ ПОЛУЧАЮТСЯ В ЭТОМ СЛУЧАЕ?

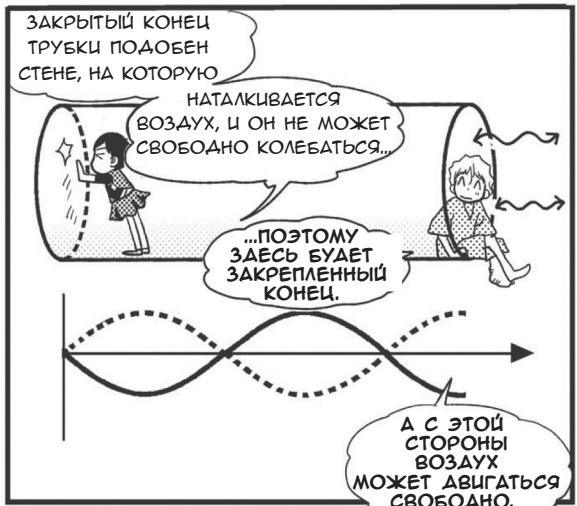
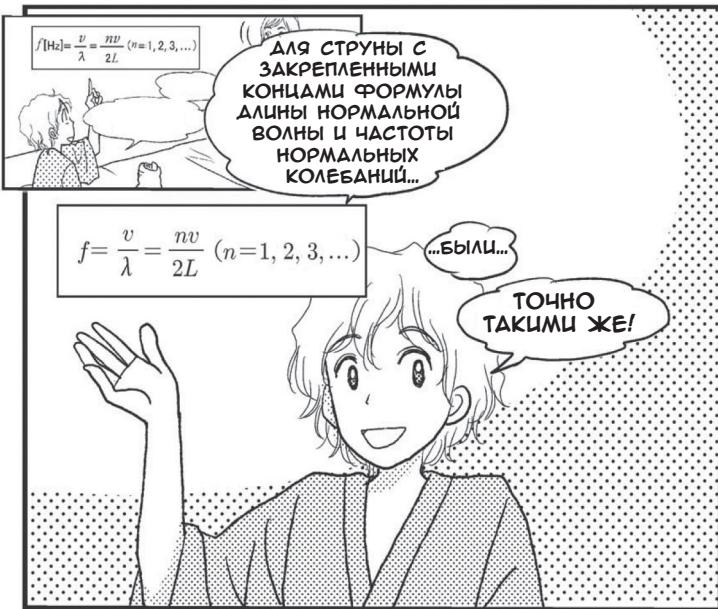
ЭТО ЗАВИСИТ ОТ ТОГО, ЗАКРЕПЛЕННЫЕ КОНЦЫ У НОРМАЛЬНОЙ ВОЛНЫ ИЛИ СВОБОДНЫЕ.

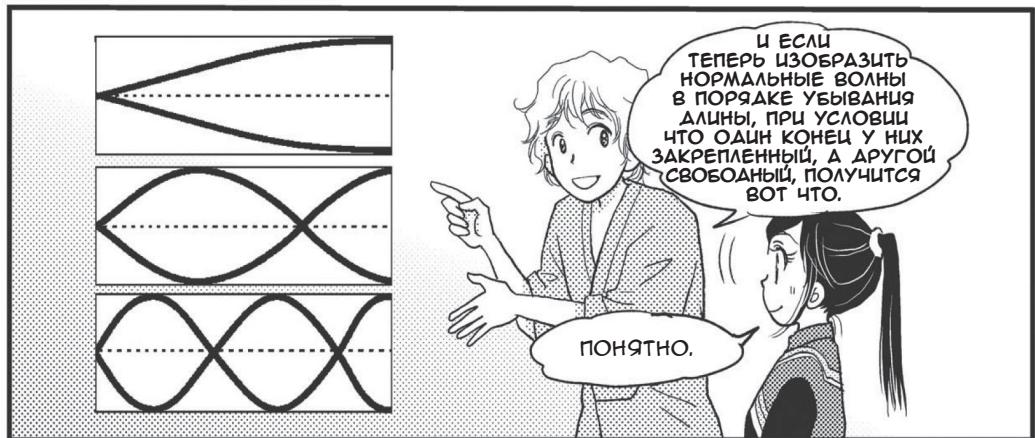
ЕСЛИ КОНЦЫ ЗАФИКСИРОВАНЫ, КАК СТРУНЫ У ГИТАРЫ, ТО БУДЕТ НОРМАЛЬНАЯ ВОЛНА С ЗАКРЕПЛЕННЫМИ КОНЦАМИ...

...А ЕСЛИ ОБА КОНЦА МОГУТ СВОБОДНО ДВИГАТЬСЯ, ТО БУДЕТ НОРМАЛЬНАЯ ВОЛНА СО СВОБОДНЫМИ КОНЦАМИ, ВЕРНО?

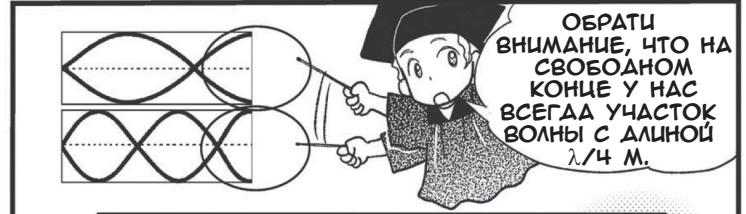








ПОПРОБУЕМ  
ВЫВЕСТИ  
УРАВНЕНИЕ  
НОРМАЛЬНОЙ  
ВОЛНЫ ДЛЯ  
ЗАКРЫТОЙ ТРУБЫ.



$$L[m] = \frac{m\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4} = \frac{2m+1}{4}\lambda \quad (m=1,2,3,\dots)$$



$$\lambda[m] = \frac{4L}{2m+1} \quad (m=1,2,3,\dots)$$

...ВОТ ЧТО  
ПОЛУЧАЕТСЯ:

А ЧАСТОТА  
НОРМАЛЬНЫХ  
КОЛЕБАНИЙ  
БУДЕТ

$$f[\text{Hz}] = \frac{(2m+1)v}{4L} \quad (m=1,2,3,\dots)$$

...ТАКОЙ:



ЗДЕСЬ  
 $m = 0, 1, 2, 3, \dots$   
А ЗНАЧИТ,  
 $2m + 1 = 1, 3, 5, \dots$

ТО ЕСТЬ ТОЛЬКО НЕЧЕТНЫЕ  
ЧИСЛА. ЧТО ГОВОРИТ

О ТОМ, ЧТО В  
ЗАКРЫТОЙ ТРУБЕ  
ВОЗМОЖНЫ ТОЛЬКО  
НЕЧЕТНЫЕ ГАРМОНИКИ.

ВОТ  
КАК...



## Лабораторная работа. Биения



Если гитара немного расстроена, то звук будет как бы пульсировать, то увеличиваясь, то уменьшаясь. Это возникает явление **биения**, когда накладываются друг на друга два звука с немного разной частотой.



А это биение бывает еще в других инструментах, кроме гитары?



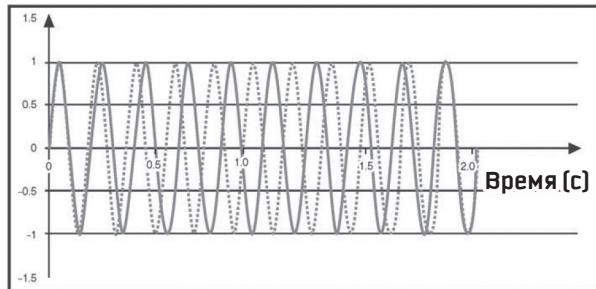
Угу! В других инструментах мы тоже можем услышать биение, когда звук немного отличается от эталонного. Чем меньше частота отличается от эталонной, тем длиннее будут интервалы между пульсациями звука. Когда же частоты полностью совпадут, биения исчезнут. И наоборот, если частота все больше отклоняется от эталонной, интервалы между биениями будут сокращаться. Используя это качество биения, настраивают два инструмента относительно друг друга. Если пульсация звука учащается, то инструмент начинают настраивать в обратную сторону. А когда биения совсем исчезнут, значит, звуковые частоты инструментов совпадут.



А почему возникают биения?



Как мы уже раньше говорили, когда звуковая волна с постоянной частотой достигает наших ушей, колебания барабанной перепонки будут выглядеть вот так:





Пунктиром и сплошной линией изображены звуковые волны с одинаковой амплитудой, но с немного разными частотами. Звуковая волна, изображенная сплошной линией, за 2 с совершает 10 колебаний (10 гребней), в то время как пунктирная волна за это же время совершает 9 колебаний. В начальный момент времени (0 с) обе волны совпадают, но затем постепенно расходятся. И примерно через 1 с получается так, что там, где у пунктирной волны гребень, у сплошной волны – подошва. В этом месте волны будут нивелировать друг друга.

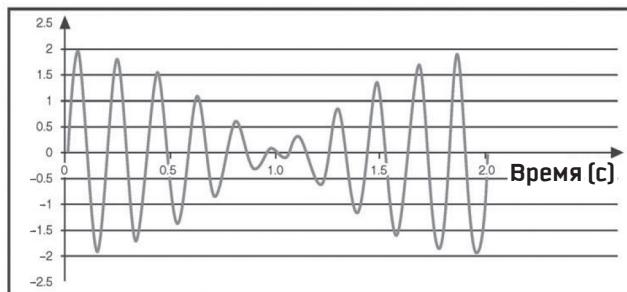


А затем расхождение уменьшается, и через 2 с опять обе волны почти накладываются друг на друга.

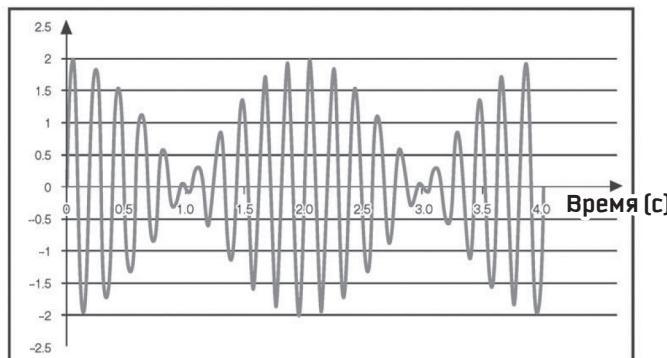


Поэтому если суммировать эти две звуковые волны, получится вот что. Ведь, как мы раньше говорили, при наложении волн их смещения ( $y_1, y_2$ ) суммируются:

$$y = y_1 + y_2.$$



Вначале амплитуда получается большой. По прошествии примерно 1 с она значительно уменьшается, а спустя еще 1 с опять возрастает. На следующем рисунке изображено наложение этих двух звуковых волн на удвоенном промежутке времени, равном 4 с. Понимаешь, что означают эти периодические увеличения и уменьшения амплитуды?





В соответствии с этим и звук то увеличивается, то уменьшается, верно? Так вот как выглядят биения...



На этом рисунке мы представили биения для двух звуковых волн с десятью и девятью колебаниями на протяжении 2 с. Как понятно из этого рисунка, в течение 2 с мы услышим одно биение. Другими словами, для звуковых волн с количеством колебаний 5 и 4,5 в 1 с, т. е. с частотой 5 Гц и 4,5 Гц, получается 0,5 биений в 1 с. Поэтому:

**РАЗНИЦА ЧАСТОТ КОЛЕБАНИЙ (АБСОЛЮТНАЯ ВЕЛИЧИНА) = КОЛИЧЕСТВО БИЕНИЙ В СЕКУНДУ.**

Таким образом, если имеются частоты колебаний  $f_1, f_2$ , а количество биений в секунду обозначим за  $N$ , то абсолютную величину разницы колебаний можно выразить вот такой формулой:

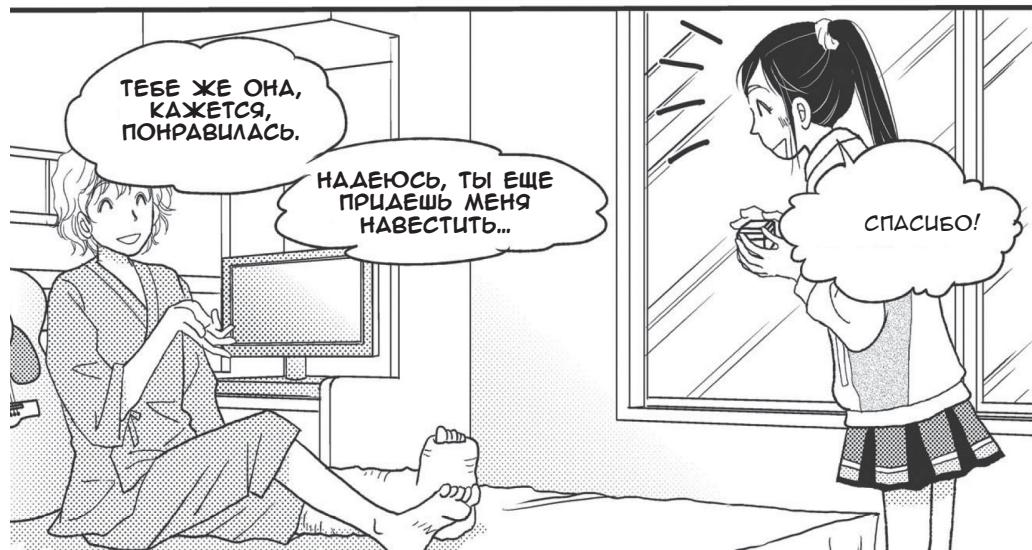
$$|f_1 - f_2| := N.$$



Получилась формула биений!



Например, если у нас есть две волны с частотами 440 Гц и 442 Гц, то поскольку разница между ними равна 2 Гц, мы услышим два биения в 1 с. А для частот 441 Гц и 442 Гц будет одно биение в 1 с. Поэтому при настройке двух инструментов постепенно удлиняют промежутки между биениями, пока они совсем не исчезнут.



## Дополнительный материал



### Колебания воздуха в воздушном столбе

Звуковую волну нельзя увидеть глазами. Поэтому, чтобы ее представить, приходится прибегать к графикам и рисункам. Однако если делать выводы только по одной иллюстрации или одному графику, это может привести к ошибочным результатам. Для примера рассмотрим часто используемое для демонстрации длины волны изображение нормальной волны в закрытой трубе.

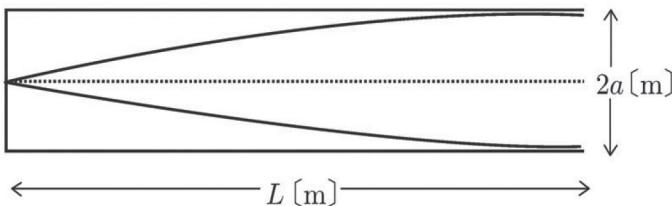


Рисунок 1. Основное колебание в закрытой трубе

На рис. 1 изображена труба с закрытым концом слева и с открытым концом справа, в которой показано основное колебание нормальной волны. Как было рассказано в манге, на закрытом конце трубы будет узел волны, а на открытом конце – пучность. Исходя из этих условий и изображено основное колебание с наиболее возможной длиной волны. И как понятно из рисунка, длина волны для основного колебания будет  $4L$  (м). Однако из этого рисунка нельзя делать вывод, что амплитуда волны равна  $a$  (м).

$a$  (м) – это радиус воздушного столба, и он не имеет отношения к амплитуде возникающей в нем звуковой волны. Звуковая волна является продольной волной, и поэтому колебания ее внутри изображенного на рисунке воздушного столба должны быть направлены горизонтально. Мы же схематично представили продольную волну в виде поперечной волны, чтобы получить график «координата–смещение». И так получился данный рисунок. Однако совсем не обязательно совмещать на одном рисунке график «координата–смещение» и изображение воздушного столба. Поговорим об этом подробнее.

На рис. 2 изображена следующая по длине нормальная волна. Длина этой волны по упомянутой в манге формуле

$$\lambda = \frac{4L}{2m+1} \quad (m = 0, 1, 2, 3, \dots) \quad (1)$$

при  $m = 1$  будет равна  $4L/3$  м. В этом можно удостовериться и по верхней части изображения на рис. 2, где, как мы видим, изображено  $3/4$  нормальной волны в закрытой трубе. А значит,  $L = 3/4$ , то есть  $\lambda = 4L/3$ . Таким образом, такое изображение нормальной волны в воздушном столбе удобно для определения длины волны.

А теперь график «координата–смещение» заменим на два графика, как это изображено в нижней части рис. 2. Правый график изображает смещение через промежуток времени, равный половине периода относительно левого графика. Особенностью закрытой трубы является то, что смещение на закрытом ее конце всегда нулевое, а на открытом конце абсолютное значение смещения будет всегда самым большим. Так вот, смещение воздуха, изображенное на графике по вертикальной оси (хотя оно зависит от громкости звука), находится в рамках  $10^{-8}$  м, что, как вы понимаете, очень маленькая величина. **Амплитуда звуковой волны несравненно меньше, чем радиус воздушного столба.**

А теперь рассмотрим изменение плотности воздуха. Аналогично тому, как это было с продольной волной в пружине, если мы поймем, каким будет смещение воздуха, то догадаемся, и как меняется плотность. Однако надо помнить, что **изменения плотности и смещение несколько отличаются**. В той части, где смещение нулевое (то есть в узлах), плотность будет либо самой большой, либо самой маленькой. И наоборот, там, где смещение самое большое, изменение плотности будет нулевым (следовательно, давление в этом месте будет совпадать с атмосферным давлением снаружи воздушного столба). Это согласуется с тем, что давление на открытом конце воздушного столба должно соответствовать давлению снаружи воздушного столба.

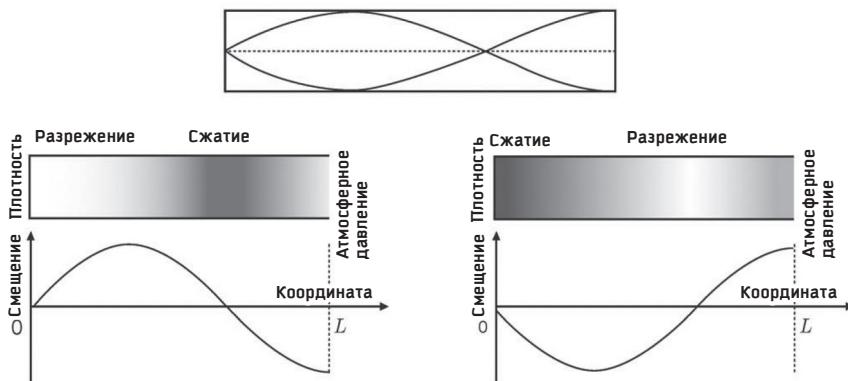
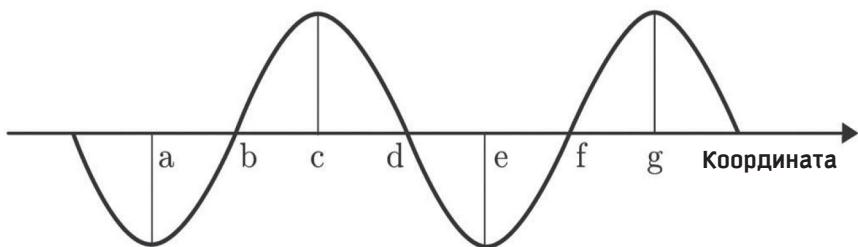


Рисунок 2. Пример смещения и изменения плотности нормальной волны воздуха в воздушном столбе

Задание 3. На рисунке ниже в виде поперечной волны изображен график «координата–смещение» звуковой синусоидальной волны. Ответьте на вопросы (1)–(3), используя отмеченные на графике координаты а, б… г.



(1) В каких точках смещение звуковой волны, движущейся в обратном направлении, будет максимальным?

(2) В каких точках плотность воздуха будет наименьшей?

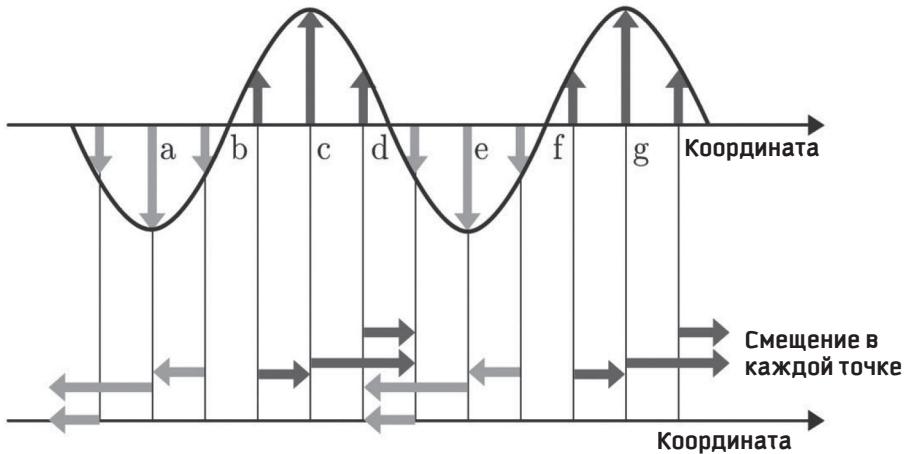
(3) В каких точках плотность воздуха будет наибольшей?

**ОТВЕТЫ**

(1) а, е (точками с самым большим смещением при движении волны в обратном (отрицательном) направлении будут координаты подошв).

(2) б, ф (в точке б направление меняется с обратного (слева) на прямое (справа), поэтому в этом месте плотность будет наименьшей. Аналогично в точке ф).

(3) д (в точке д направление меняется с положительного (слева) на отрицательное (справа), поэтому в этом месте плотность будет наибольшей).



## Объяснение

В нижней части предыдущей страницы изображены стрелочками смещения нескольких точек графика «координата–смещение». Развернув эти стрелочки на 90° по часовой стрелке, восстановим сами смещения. Чтобы стрелочки не накладывались друг на друга, они изображены на разных уровнях. Как мы видим, в точке  $d$  смещения как бы группируются, поэтому здесь будет высокая плотность. И наоборот, видно, что в точках  $b$  и  $f$  плотность будет наименьшей.



## Скорость звука

Скорость волны зависит от свойств среды, а от длины волны и ее амплитуды не зависит. Следовательно, и скорость звука в воздухе зависит от свойств воздуха.

В сухом воздухе при температуре  $t$  скорость звука  $v$  (м/с) будет приблизительно равна<sup>1</sup>:

$$v = 331.5 + 0.6t. \quad (2)$$

Исходя из этой формулы, при  $t = 14^\circ$  скорость звука будет:  $v = 340$  м/с. Это та скорость звука, которая упоминалась в манге.



## Скорость поперечной волны, издаваемой струной

Как было упомянуто в манге, для нормальных колебаний струны с линейной плотностью  $\rho$  (кг/м) при силе натяжения  $T$  (Н) скорость поперечной волны  $v$  (м/с), передаваемой по струне, будет равна:

$$v = \sqrt{\frac{T}{\rho}}. \quad (3)$$

Как понятно из этой формулы, чем больше сила натяжения и чем меньше линейная плотность, тем выше скорость волны. Как объяснялось в манге, чем толще струна, тем больше ее масса при одинаковой длине. Чем толще струна, тем больше и масса единичного участка струны, а значит, тем больше и его плотность  $\rho$ . Следовательно, тем меньше скорость волны, передаваемой этой струной.



## Гамма

Все слышали про базовую гамму «до–ре–ми–фа–соль–ля–си–до». Разница в частоте колебаний между нижним и верхним до называется октавой. Если частота колебаний нижнего до равна  $f$  (Гц), то частота колебаний до, которое выше на 1 октаву, будет в 2 раза выше и равна  $2f$  (Гц). А каковы же будут частоты колебаний между ними, то есть для «ре–ми–фа–соль–ля–си»?

<sup>1</sup> Про то, как эта формула выводится, см. в разделе «Дополнительный материал повышенной сложности».

Гамма – это используемые в музыке звуки, расположенные по порядку между тониками (в нашем случае до). Музыка – это созданное людьми искусство. Поэтому, казалось бы, какие звуки и с какими частотами колебаний входят в гамму, никак не должно быть связано с физическими законами. Однако музыка имеет смысл, только когда множество людей находят ее звучание красивым и производящим впечатление. А последовательность «до–ре–ми–фа–соль–ля–си–до», так красиво звучащая, удивительным образом находится в соответствии с физическими законами.

Существует два способа задать гамму «до–ре–ми–фа–соль–ля–си–до», натуральный строй и равномерно темперированный строй, которые имеют физические и математические отличия. Рассмотрим их подробнее.

## (1) Натуральный строй

В натуральном строе 1 октава делится на интервалы, построенные на основе обертонов. В табл. 1 частота колебаний нижней до взята за 1, а частоты прочих звуков представлены в виде долей от нее.

**Таблица 1. Соотношение частот колебаний в натуральном строе**

звук	до	ре	ми	фа	соль	ля	си	до
$f_1/f_2$	1	9/8	5/4	4/3	3/2	5/3	15/8	2

Если использовать натуральный строй, то аккорд из нот до, ми и соль будет звучать очень красиво. Давайте подумаем, почему. Ранее в манге (стр. 112–115), когда речь шла о тембре музыкальных инструментов, рассказывалось, что даже один звук оказывается совокупностью множества обертонов, из-за чего и возникает разница в тембрах. Давайте немного углубимся в этот вопрос.

Предположим, что некий музыкальный инструмент издает ноту до с частотой колебания  $f$  (Гц). Тогда эта нота будет представлять собой совокупность обертонов с частотами  $2f, 3f, 4f\dots$  (Гц). Взгляните на табл. 2. Частота  $3f$  (Гц) равна  $3/2$  частоты  $2f$  (Гц), а значит, в гамме на 1 октаву выше она будет соответствовать ноте соль (см. табл. 1). Аналогично  $5f$  (Гц) равна  $5/4$  частоты  $4f$  (Гц), что в гамме на 2 октавы выше будет соответствовать ноте ми. Также  $6f$  (Гц) равна  $6/4 = 3/2$  частоты  $4f$  (Гц), что будет опять соответствовать ноте соль. Таким образом, в тембре музыкальных инструментов, содержащем обертоны, естественным образом включены ноты до, ми и соль. И между другими нотами, производя подобные несложные вычисления, можно найти взаимосвязи между музыкальными интервалами и обертонами.

**Таблица 2. Связь обертонов и гамм (пример)**

Частота (Гц)	$f$	$2f$	$3f$	$4f$	$5f$	$6f$	$7f$	$8f$
$f/\text{до}$			$(3/2)2f$		$(5/4)4f$	$(3/2)4f$		
Ноты	до	до	соль	до	ми	соль		до

Особенностью натурального строя является возможность извлечения красивых аккордов, но при этом возникает большая проблема модуляции. Допустим, некая мелодия начинается с ноты до. Если попробовать начать эту же мелодию с ноты ля, то при натуральном строе все музыкальные интервалы сбываются. Например, разница в частоте колебаний между нотами до и ре из табл. 1 равна  $(9/8 - 1) \times f = (1/8) f$  (Гц), а разница между частотами ля и си равна  $(15/8 - 5/3) f = (5/24) f$  (Гц). Как видим, интервалы в гамме не совпадают. Другими словами, если надо сделать модуляцию, то придется либо перенастраивать инструмент, либо иметь наготове несколько одинаковых инструментов с разной модуляцией, чтобы в нужный момент поменять инструмент. И то, и другое весьма неудобно.

## (2) Равномерно темперированный строй

В равномерно темперированном музикальном строе гамма делится на равные интервалы, что позволяет свободно делать модуляцию. Другими словами, в равномерно темперированном строе при каждом поднятии на полтона частота колебаний будет увеличиваться на фиксированную величину. 1 октава делится на 12 полутона, поэтому с каждым полутоном частота колебаний возрастает всего лишь в  $2^{1/12}$  раза. Двенадцатый полутон в 1 октаве будет равен  $(2^{1/12})^{12} = 2^{12/12} = 2^2$ . Установив, таким образом, соотношение между полутонами, получаем, что соотношение между до и ре или между ля и си всегда равно  $2^{2/12} = 2^{1/6}$ . Следовательно, с какого звука ни начни, мелодию можно исполнять, т. е. возможны модуляции. В табл. 3 представлены соотношения частот колебаний в равномерно темперированном строе.

Таблица 3. Соотношения частот колебаний в равномерно темперированном строе

Звук	до	ре	ми	фа	соль	ля	си	до
$f_1/f_2$	$1(2^{0/12})$	$2^{2/12}$	$2^{4/12}$	$2^{5/12}$	$2^{7/12}$	$2^{9/12}$	$2^{11/12}$	$2(2^{12/12})$

Но слабым местом равномерно темперированного строя является то, что поскольку соотношение музыкальных интервалов частот не является целочисленным, то не получится воспроизвести полные обертоны, как в аккордах в натуральном строе. Разница в интервалах между натуральным и равномерно темперированным строем представлена в табл. 4. Самое большое ее значение соответствует ноте ля и равно 1,5 %.

Таблица 4. Разница в гаммах в натуральном и равномерно темперированном строе

Звук	до	ре	ми	фа	соль	ля	си	до
Равномерно темперированный строй	1	1,12246	1,25992	1,33484	1,49831	1,68179	1,88775	2
Натуральный строй	1	1,125	1,25	1,33333	1,5	1,66667	1,875	2
Разница	0	-0,00254	0,00992	0,00151	-0,00169	0,01513	0,01275	0

<sup>2</sup>  $2^{1/12} \approx 1,05946$ . Однако если использовать округленные значения, которые помногу раз перемножаются, то полученный результат будет отличаться от реального. Например,  $1,05946^{12} = 1,99993$ , что немного отличается от 2.

## Дополнительный материал. Повышенный уровень



### Уравнение скорости звука

Как же было выведено уравнение (2)? Его можно получить путем аппроксимации более точного уравнения скорости звука

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{\mu}}, \quad (4)$$

полученного в процессе вывода волнового уравнения для звуковых волн в воздухе. Здесь  $T$  (К) – абсолютная температура воздуха,  $\mu$  (кг/моль) – молекулярный вес воздуха,  $\gamma$  – показатель адиабаты, а  $R = 8,31$  Дж/(моль  $\times$  К) – универсальная газовая постоянная.

$$v = \sqrt{\frac{\gamma R(T_0 + t)}{\mu}} = \sqrt{\frac{\gamma RT_0}{\mu} \left(1 + \frac{t}{T_0}\right)}. \quad (5)$$

Так как температура в уравнении абсолютная, попробуем переделать уравнение, переведя его в градусы Цельсия. Абсолютный ноль равен  $273,15$  °С. Поэтому возьмем  $T_0 = 273,15$  К, тогда  $T(\text{К}) = T_0 + t$  °С. Подставим это в уравнение (4):

$$v = v_0 \sqrt{1 + \frac{t}{T_0}}. \quad (6)$$

Обозначим за  $v_0$  (м/с) скорость звука при  $0$  °С. Тогда из формулы (5) получим:

$$v_0 = \sqrt{\frac{\gamma RT_0}{\mu}}. \quad (7)$$

В условиях обычной температуры  $t/T_0 \ll 1$ . Поэтому если разложить уравнение (6) в ряд Тейлора, получим:

$$v \approx v_0 \left(1 + \frac{t}{2T_0}\right) = v_0 + \left(\frac{v_0}{2T_0}\right)t. \quad (8)$$

Используя значения молекулярного веса воздуха  $\mu = 2,90 \times 102$  кг/моль, а значение показателя адиабаты воздуха  $\gamma = 1,40$ , получим  $v_0 = 331$  м/с,  $v_0/2T_0 = 0,61$  м/с °С. То есть

$$v \approx 331 + 0.6t \quad (9)$$

– вот что получится.

<sup>3</sup> Если  $x \ll 1$ , то, используя разложение в ряд Тейлора, получим, что  $(1 + x)^p \approx 1 + px$ . Здесь  $p$  – любое действительное число. В данном случае  $p = 1/2$ . Про ряд Тейлора см. в приложении В на стр. 220.



## Тембр и суперпозиция звуковой волны

Как было рассказано в манге в разделе «Звуки музыкальных инструментов», издаваемый каждым инструментом звук на самом деле является не простой синусоидальной волной, а совокупностью наложенных друг на друга синусоидальных волн с разными частотами колебаний. Чем и обуславливается разница в тембрах у разных музыкальных инструментов. Давайте немного глубже рассмотрим наложение (суперпозицию) синусоидальных волн.

Частота колебаний  $f$  (Гц) нормальной волны, образованной струной с закрепленными концами и длиной  $L$  (м), равна:

$$f = \frac{n\nu}{2L} \quad (n = 1, 2, 3, \dots), \quad (10)$$

где  $\nu$  (м/с) – это скорость волны. Значит, если мы ударим по гитарной струне длиной  $L$  (м), то получится нормальная волна, являющаяся результатом наложения синусоидальных волн с частотами:

$$f = \frac{\nu}{2L}, \frac{2\nu}{2L}, \frac{3\nu}{2L}, \frac{4\nu}{2L}, \frac{5\nu}{2L}, \dots \quad (11)$$

Конечно, самый большой вклад будет от основного колебания с частотой  $f_0 = \nu/2L$  (Гц). То, что мы получили выше, будет выполняться не только для гитары, но и для любых музыкальных инструментов. Другими словами, звук, производимый музыкальным инструментом, в общем случае описывается в виде суперпозиции колебаний синусоидальных волн подобным образом:

$$a_1 \sin(2\pi f_0 t) + a_2 \sin[2\pi(2f_0)t] + a_3 \sin[2\pi(3f_0)t] + \dots \quad (12)$$

Однако значения коэффициентов  $a_1, a_2, a_3, \dots$ , выражающих доли накладываемых волн, разные для каждого музыкального инструмента, что и обеспечивает разницу в тембрах.

В качестве примера наложения синусоидальных волн рассмотрим следующее уравнение, описывающее наложение трех колебаний:

$$F(t) = \sin(2\pi f_0 t) - \frac{1}{2} \sin[2\pi(2f_0)t] + \frac{1}{3} \sin[2\pi(3f_0)t]. \quad (13)$$

Здесь  $a_1 = 1, a_2 = -1/2, a_3 = 1/3$ .

На рис. 3 представлены графики каждого колебания из уравнения (13). А рис. 4 представляет собой график функции суперпозиции всех этих колебаний.

«Интенсивность» на графике распределения частот на стр. 114 соответствует квадрату абсолютного значения коэффициентов в уравнении (13)<sup>4</sup>, что и представлено на рис. 5.

Можно сказать, что рис. 4 и 5 схематически изображают форму звуковой волны и распределение частот колебаний для разных музыкальных инструментов. Конечно, на самом деле тембр музыкального инструмента гораздо более сложен, и чтобы его воспроизвести, необходимо наложить друг на друга множество тригонометрических функций. Тогда и распределение частот колебаний должно было бы включать в себя множество частот.

<sup>4</sup> Интенсивность волны пропорциональна ее энергии, а энергия волны пропорциональна квадрату ее амплитуды. См. стр. 211 главы 5.

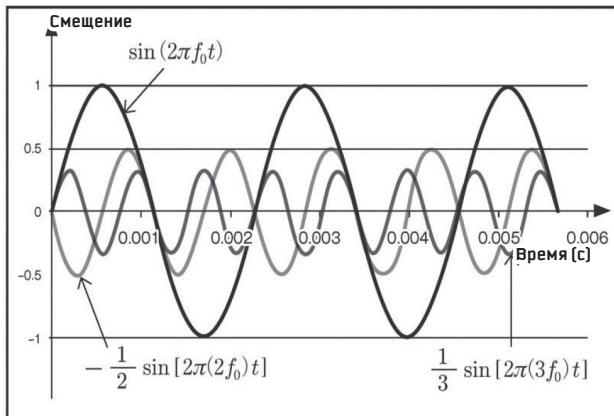


Рисунок 3. График колебаний из уравнения (13)

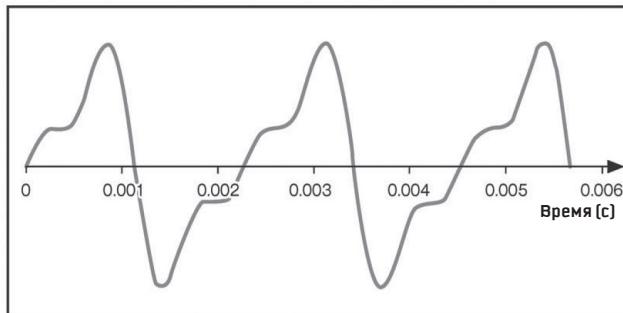


Рисунок 4. График «время–смещение» суперпозиции волн

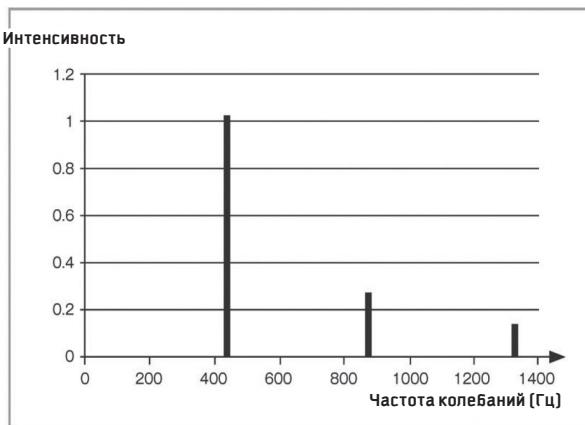


Рисунок 5. Распределение частот интенсивности волн



## Компенсация свободного конца

До сих пор для нормальной волны в закрытой трубе с длиной волны  $\lambda$  (м) и длиной воздушного столба  $L$  (м) мы использовали следующую формулу:

$$L = \frac{m\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4} = \frac{2m+1}{4}\lambda \quad (m = 0, 1, 2, 3, \dots). \quad (14)$$

Однако на самом деле при резонансе воздушного столба чем больше радиус перечного сечения воздушного столба, тем больше будет отклонение от этой формулы. Около свободного конца воздух из одномерного воздушного столба попадает в трехмерное пространство вне воздушного столба. Именно то, что мы считаем воздушный столб одномерным, приводит к расхождению с реальным резонансом в воздушном столбе.

К счастью, это расхождение относительно просто корректируется. Если предположить, что длина воздушного столба немного длиннее, чем на самом деле, то это хорошо сочетается с экспериментальными данными:

$$L + \Delta l = \frac{m\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4} = \frac{2m+1}{4}\lambda \quad (m = 0, 1, 2, 3, \dots). \quad (15)$$

Добавленный в формуле (15) элемент  $\Delta l$  (м) называется **компенсацией свободного конца**. Если длина волны значительно больше радиуса трубы, то значение компенсации свободного конца будет равно<sup>5</sup>:

$$\Delta l = 0.6a, \quad (16)$$

где  $a$  (м) – радиус закрытой трубы. Как понятно из формулы (16), для закрытых труб одинаковой длины чем толще воздушный столб, тем большим должно быть значение компенсации свободного конца.

### Дополнительный материал. Экспертный уровень



## Волновое уравнение для звуковой волны

Используя три формулы:

«Уравнение движения»,  
«Закон сохранения массы»,  
«Уравнение газового состояния»,

– выведем волновое уравнение для звуковой волны.

<sup>5</sup> Однако чтобы вывести формулу (16), требуется довольно сложные вычисления.

Сперва составим уравнение движения. Представим одномерный газ вроде длинного и тонкого воздушного столба, в котором движутся микроскопические участки (рис. 6).

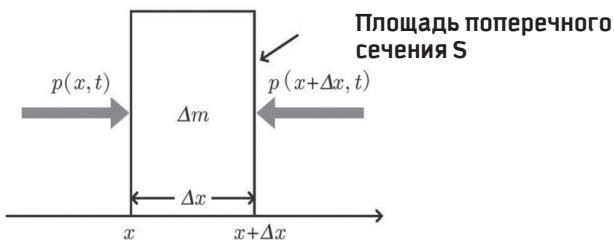


Рисунок 6. Давление, оказываемое на микроскопические участки воздуха

Площадь поперечного сечения микроскопического участка возьмем за  $S$  (фиксирована), ширину участка по оси  $x$  – за  $\Delta x$ , а совокупную массу всех содержащихся в этом участке частиц газа – за  $\Delta m$ , среднюю же плотность газа – за  $\rho$ . Если же смещение данного микроскопического участка в момент времени  $t$  обозначить как  $u(x, t)$ , то уравнение движения будет следующим:

$$\Delta m \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} = F. \quad (17)$$

Воздействующая на микроскопический участок сила через давление на участок с обеих сторон  $p(x, t)$  и  $p(x + \Delta x, t)$  будет выражаться:

$$F = [p(x, t) - p(x + \Delta x, t)]S. \quad (18)$$

Используя  $\Delta m = \rho S \Delta x$ , из формул (17) и (18) получаем:

$$\rho \Delta x \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} = p(x, t) - p(x + \Delta x, t).$$

Разделив обе части на  $\Delta x$  и взяв предел  $\Delta x \rightarrow 0$ , получим:

$$\rho \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} = - \frac{\partial p(x, t)}{\partial x}. \quad (19)$$

Уравнение (19) показывает, что изменение давления приводит к ускорению газа.

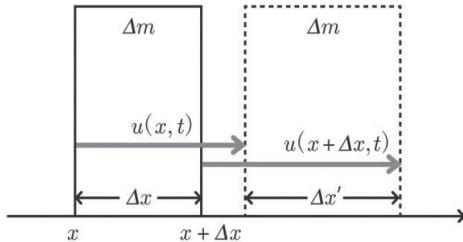


Рисунок 7. Изменение ширины и смещение объема микроскопического участка с фиксированной массой

А теперь подумаем о том, как при смещении газа будет меняться его плотность. Как показано на рис. 7, до смещения ширина  $\Delta x$  микроскопического участка с массой  $\Delta m$  после смещения стала равна  $\Delta x'$ . Так как и до, и после смещения совокупная масса частиц газа в исследуемом объеме одинакова, будет выполняться следующее равенство:

$$\Delta m = \rho S \Delta x = (\rho + \rho') S \Delta x', \quad (20)$$

где  $\rho'(x, t)$  – это плотность после смещения. Разница в ширине микроскопического участка  $\Delta x' - \Delta x$  и разница в смещении

$$\Delta u = u(x + \Delta x, t) - u(x, t)$$

равны. Значит, можно записать:  $\Delta x' = \Delta x + \Delta u$ . Подставим в формулу (20):

$$\rho \Delta x = (\rho + \rho') (\Delta x + \Delta u). \quad (21)$$

Считаем, что ширина микроскопического участка намного больше разницы в смещении ( $\Delta u \ll \Delta x$ ). Тогда изменение плотности по сравнению со средним его значением будет очень маленьким ( $\rho' \ll \rho$ ). А значит, в формуле (21) последним слагаемым (после раскрытия скобок) можно пренебречь. Следовательно:

$$\rho' \Delta x = -\rho \Delta u.$$

Разделив обе части на  $\Delta x$  и взяв предел  $\Delta x \rightarrow 0$ , получим:

$$\rho'(x, t) = -\rho \frac{\partial u(x, t)}{\partial x}. \quad (22)$$

Далее свяжем между собой изменение плотности и изменение давления. Из термодинамики мы знаем, что в состоянии теплового равновесия давление, температура и плотность (или же объем) в газе связаны уравнением состояния. Поэтому можно записать функцию давления и плотности как

$$p = f(\rho). \quad (23)$$

А когда в микроскопическом объеме плотность отклоняется от средней плотности  $\rho$  на  $\rho'(x, t)$ , давление тоже отклоняется от среднего значения  $p$  на  $p'(x, t)$ . Тогда формула (23) будет:

$$p + p' = f(\rho + \rho').$$

Так как  $p' \ll p$ , разложим правую часть в ряд Тейлора до 1-го порядка (см. приложение B):

$$p + p' = f(\rho) + \frac{\partial f(\rho)}{\partial \rho} \rho'.$$

Используя формулу (23), получим:

$$p' = a\rho', \quad (24)$$

где

$$a = \frac{df(\rho)}{d\rho}. \quad (25)$$

Подставив формулу (22) в формулу (24), получим:

$$p'(x,t) = -a\rho \frac{\partial u(x,t)}{\partial x}. \quad (26)$$

Так как из  $p(x, t) = p + p'(x, t)$  следует, что  $\partial p(x, t)/\partial x = \partial p'(x, t)/\partial x$ , то, подставив формулу (26) в формулу (19), получим:

$$\rho \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = -\frac{\partial}{\partial x} \left[ -a\rho \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \right].$$

Преобразовав эту формулу и используя  $v = \sqrt{a}$ , получим:

$$\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}. \quad (27)$$

что и является волновым уравнением.



## Выведение формулы скорости звука

Скорость звука  $v$  можно получить, подставив значение  $f(\rho)$  в формулу:

$$v = \sqrt{\frac{df(\rho)}{d\rho}}, \quad (28)$$

которая получена из формулы (25) и равенства:  $v = \sqrt{a}$ . Изменение состояния газа при распространении звуковой волны называется **адиабатическим изменением**. Если  $\gamma$  – показатель адиабаты, то получим формулу:

$$p = A\rho^\gamma, \quad (29)$$

где  $A$  – константа. Подставив в  $f(\rho)$  значение из формулы (29), произведем вычисления:

$$\frac{df(\rho)}{d\rho} = \frac{d(A\rho^\gamma)}{d\rho} = \gamma A\rho^{\gamma-1} = \gamma \frac{p}{\rho}. \quad (30)$$

В полученном результате еще раз используем значение из формулы (29).

Для  $p$  в формуле (30) используем уравнение состояния идеального газа (закон Бойля–Шарля):

$$p = \frac{nRT}{V}. \quad (31)$$

Подставим это в формулу (28). Здесь  $v$  – скорость звука:

$$v = \sqrt{\frac{\gamma nRT}{\rho V}}. \quad (32)$$

В законе Бойля–Шарля (31)  $V$  – это объем газа при количестве частиц  $n$  (моль). Если мы обозначим за  $\mu$  (кг/моль) молекулярный вес (массу газа на 1 моль), то:

$$\mu = \frac{\rho V}{n}. \quad (33)$$

Если теперь подставим формулу (33) в формулу (32), то получим формулу (4):

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{\mu}},$$

служившую отправной точкой для выведения приблизительного уравнения скорости звука.



## Связь между смещением газа и изменением плотности

Как было отмечено ранее (стр. 135), изменения плотности и смещение несколько отличаются. Это хорошо понятно из формулы (22). Например, рассмотрим случай, когда смещение вызвано синусоидальной волной:

$$u(x, t) = A \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x - 2\pi ft\right). \quad (34)$$

Подставим это в формулу (22):

$$\rho'(x, t) = -\rho \frac{\partial}{\partial x} A \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x - 2\pi ft\right) = -\rho \frac{2\pi}{\lambda} A \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x - 2\pi ft\right). \quad (35)$$

Уравнения (34) и (35) схематично изображены на рис. 8. Взаимосвязь между смещением и изменением плотности совпадает с взаимосвязью, показанной на рис. 2 (стр. 135). Там, где смещение нулевое, плотность либо разреженная, либо сжатая. А там, где смещение самое большое, изменение плотности нулевое. В этом можно убедиться не только на графиках, но и проанализировав формулу. Кроме того, из формулы (24) понятно, что изменение давления и изменение плотности пропорциональны.

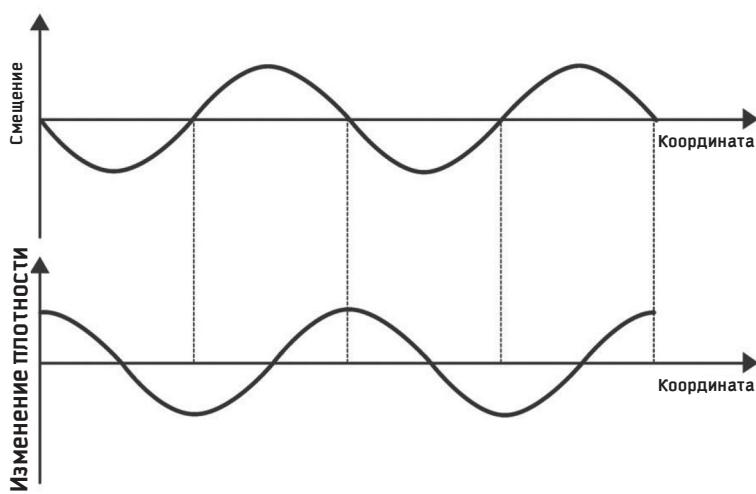
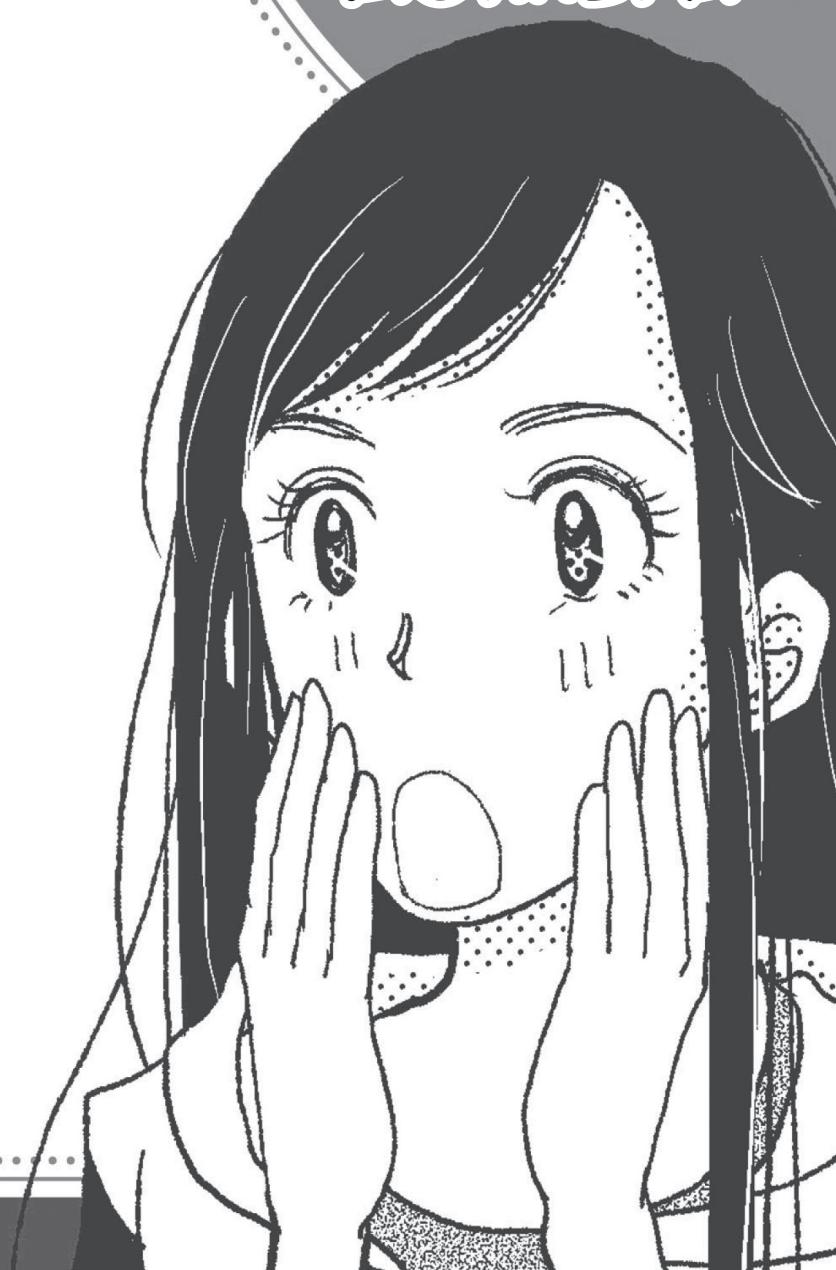
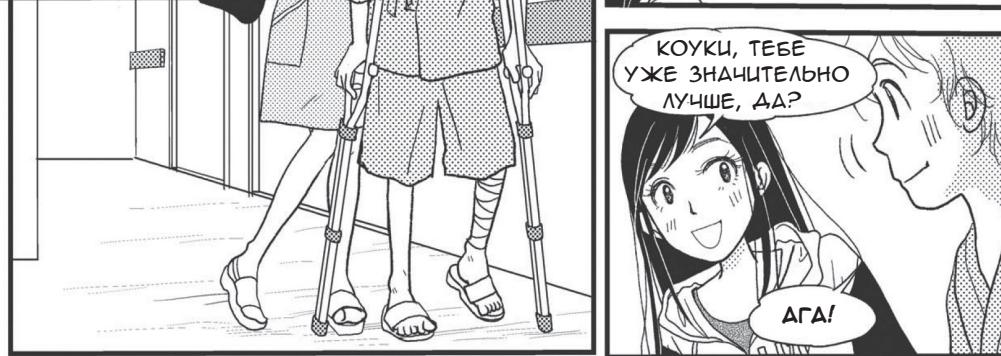
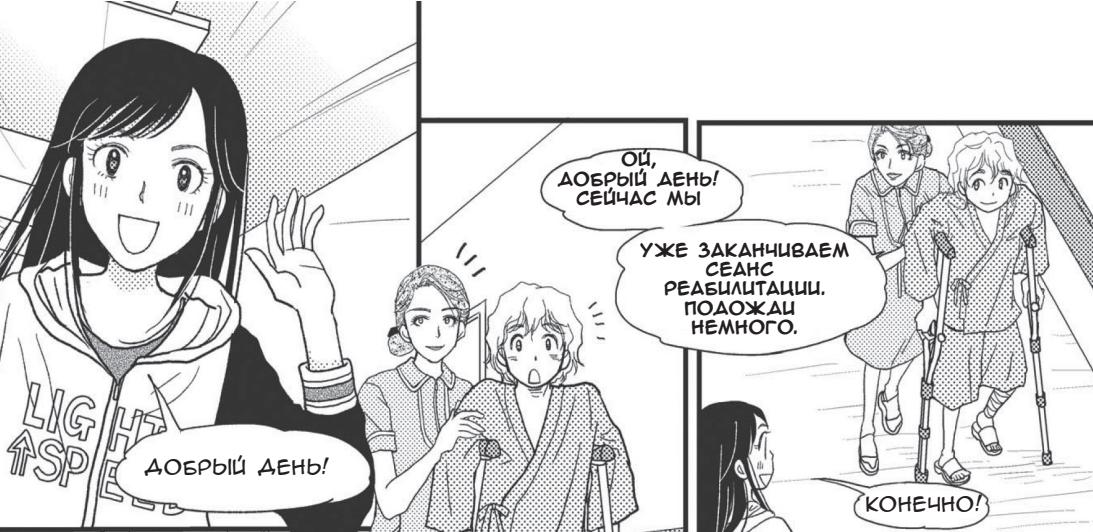


Рисунок 8. Взаимосвязь между смещением звуковой волны и изменением плотности

# ГЛАВА 4

# ЭФФЕКТ ДОПЛЕРА

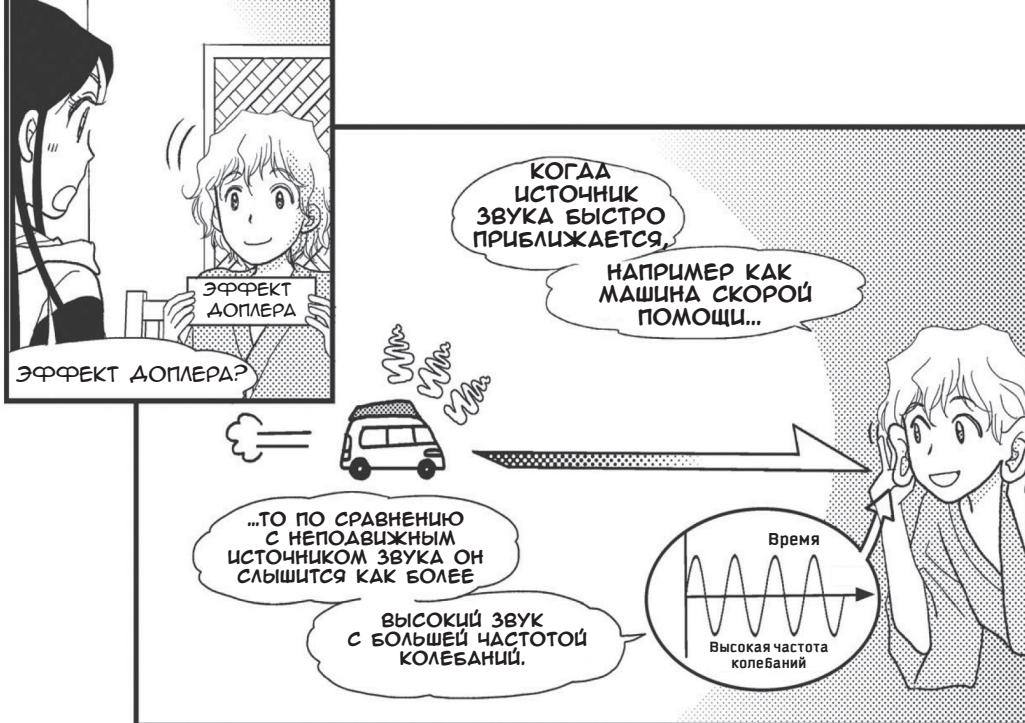


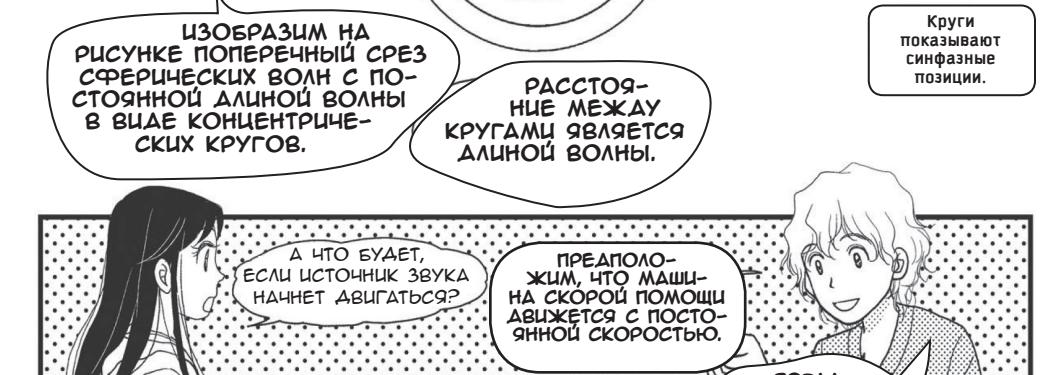
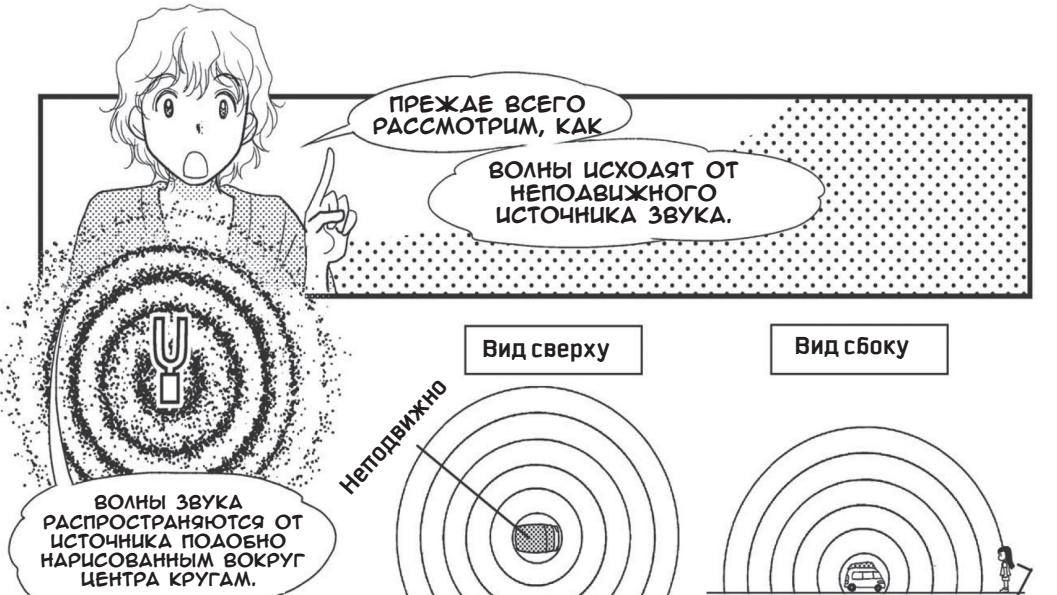


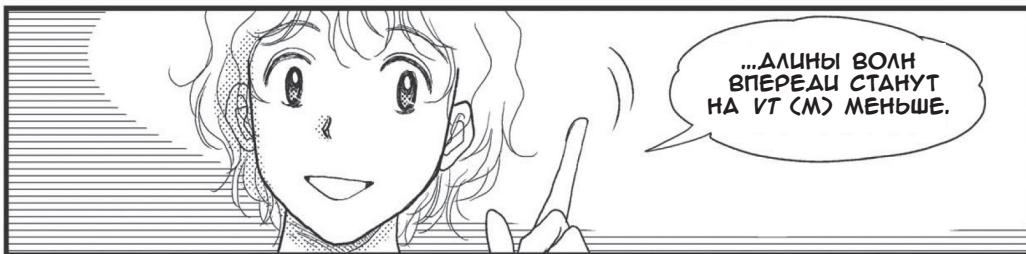
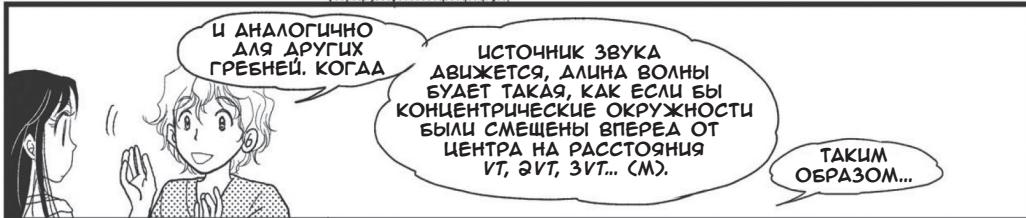
# 1. Как слышится звук, если источник звука движется

- Сирена скорой помощи и эффект Доплера











## Лабораторная работа. Формула эффекта Доплера для движущегося источника звука



Чтобы узнать, настолько же изменится высота звука, нужно представить эффект Доплера математически. Попробуем это сделать. Сначала рассмотрим случай, когда источник звука неподвижен. На рисунке ниже показана звуковая волна, движущаяся со скоростью  $v$  (м/с) и преодолевающая за 1 период, равный  $T$  (с), расстояние, равное длине волны  $\lambda$  (м). А так как расстояние = скорость  $\times$  время, получаем такую формулу:

$$\lambda = vT.$$



Если же источник звука приближается с постоянной скоростью  $V$  (м/с), то, как показано на рисунке, за период времени  $T$  (с) машина продвинется на расстояние  $VT$  (м), и длина волны станет меньше по сравнению с формулой выше. Этую длину волны обозначим  $\lambda'$  (м). Тогда:

$$\lambda' = vT - VT = (v - V)T.$$

Вот так можно ее выразить.



Из этих двух формул, сократив  $T$ , получим:



$$\frac{\lambda}{\lambda'} = \frac{v}{v-V}.$$

Обозначим за  $f'$  (Гц) частоту слышимых колебаний. Соотношение длины волны и частоты колебаний:  $v = f \times \lambda$  (скорость волны = частота колебаний  $\times$  длину волны), отсюда частота колебаний будет равна:

$$f = \frac{v}{\lambda}; \quad f' = \frac{v}{\lambda'}.$$

Значит:

$$\frac{f'}{f} = \frac{\lambda}{\lambda'} = \frac{v}{v-V}.$$

Следовательно, формулу эффекта Доплера при приближении источника звука можно выразить так:

$$f' = \frac{v}{v-V} f.$$

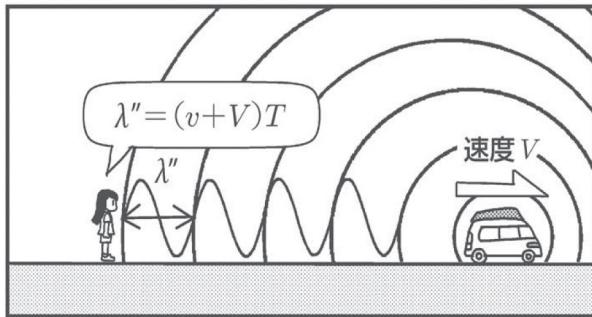


Подобным же образом можно вывести и формулу эффекта Доплера, когда источник звука удаляется. При удалении машина продвинется на расстояние  $VT$  (м), и длина волны увеличится. Эту длину волны обозначим как  $\lambda''$  (м). Тогда получим:

$$\lambda'' = vT + VT = (v+V)T.$$

Это формула, где скорость  $V$  при приближении заменяется на скорость  $-V$  при удалении. Следовательно, слышимая в этом случае частота колебаний  $f''$  (Гц) будет вот такой:

$$f'' = \frac{v}{v+V} f.$$



Значит, используя эту формулу, можно вычислить, на сколько реально изменится звук сирены машины скорой помощи?



Звук сирены машины скорой помощи «виу-виу» состоит из звуков двух частот 960 Гц и 770 Гц. Предположим, что машина скорой помощи движется со скоростью 72 км/ч. Вычислим, на сколько изменится частота колебаний звука, изначальная частота которого  $f = 960$  Гц. Нам, конечно, нужна бы скорость звука в воздухе, но мы здесь возьмем ее равной  $v = 340$  м/с. Выразим скорость приближающейся машины скорой помощи в метрах в секунду. Получим:  $V = 72$  км/ч =  $72 \times 1000$  м/3600 с = 20 м/с. Подставим это значение в формулу, полученную на предыдущей странице:

$$f' = \frac{v}{v - V} f = \frac{340}{340 - 20} \times 960 = 1020 \text{ Гц.}$$

Получается, что звук станет на 60 Гц выше.

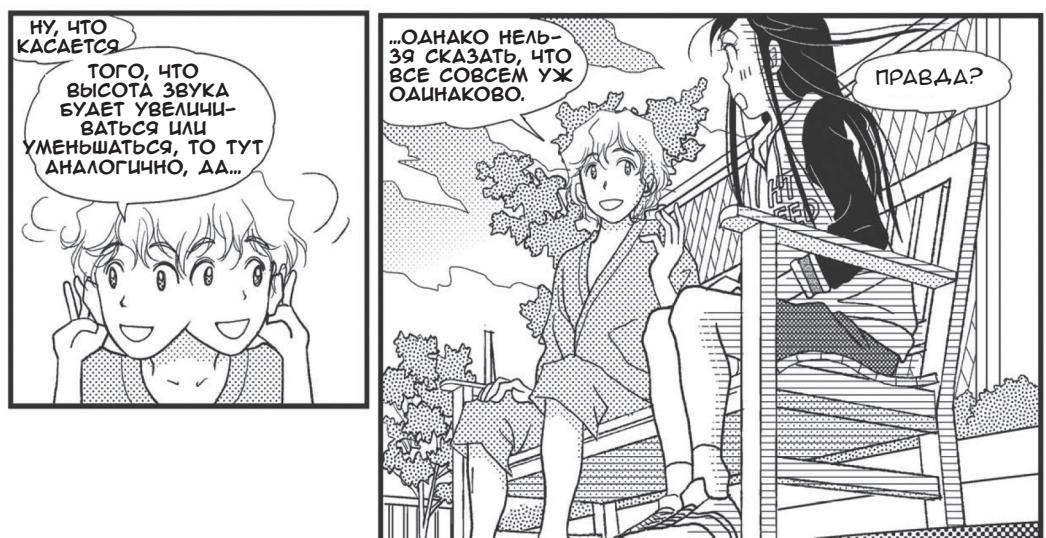
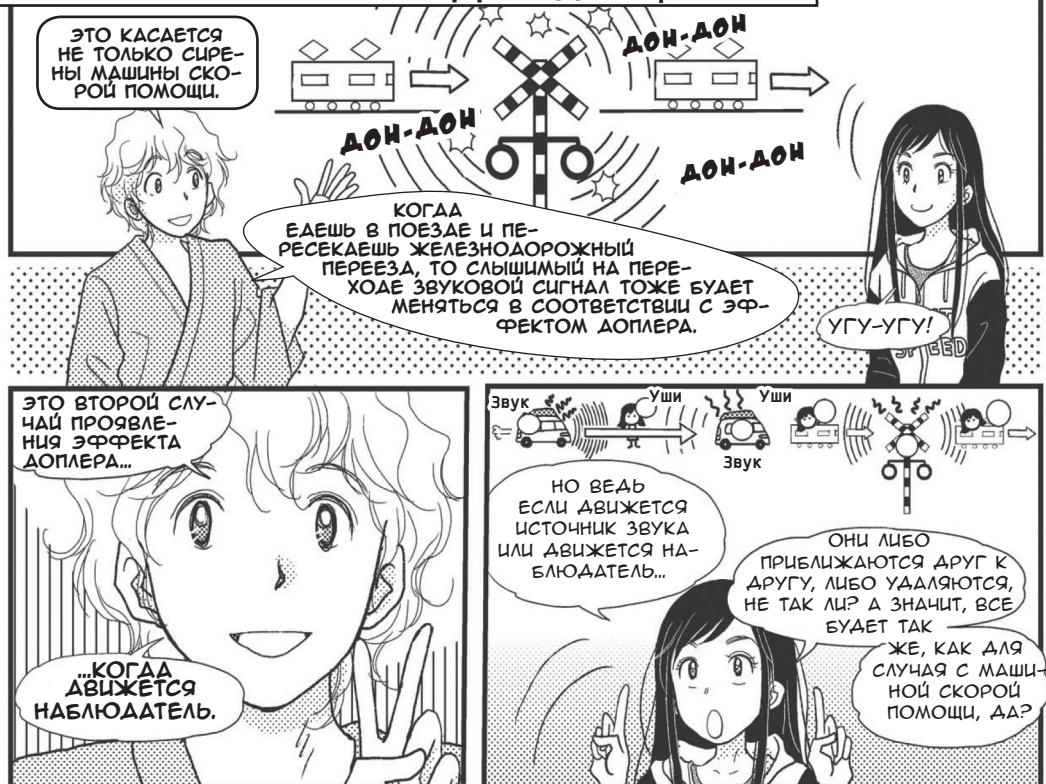
Если же машина удаляется со скоростью  $V$ , то получим:

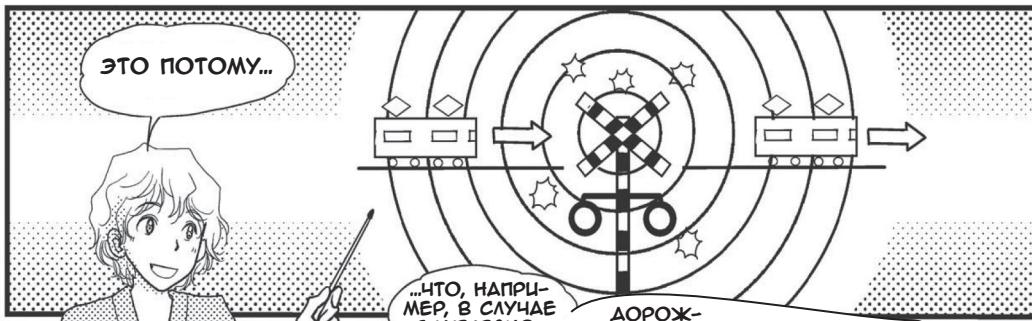
$$f' = \frac{v}{v + V} f = \frac{340}{340 + 20} \times 960 = 907 \text{ Гц.}$$

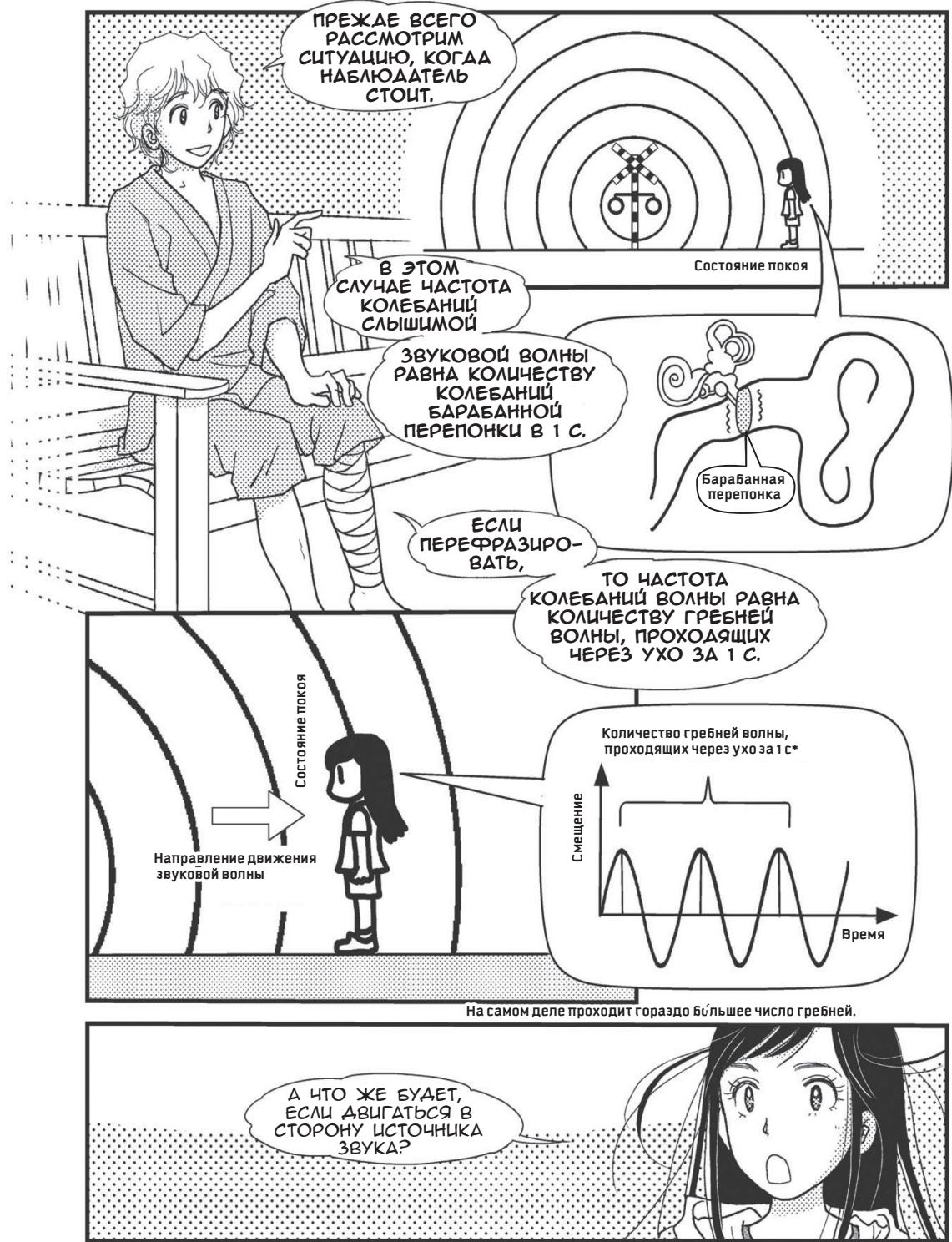
То есть звук будет ниже на 53 Гц. Однако когда машина скорой помощи будет проезжать прямо перед глазами, высота звука станет другой:  $1020$  Гц –  $907$  Гц =  $113$  Гц.

## 2. Звук, воспринимаемый при движении наблюдателя

- Звуковой сигнал железнодорожного переезда, слышимый из поезда, и эффект Доплера









## Лабораторная работа. Формула эффекта Доплера, когда движется наблюдатель



Подумаем теперь над формулой для ситуации, когда движется наблюдатель. Для начала вспомним, что если наблюдатель стоит, то при частоте колебаний  $f$  (Гц), длине волны  $\lambda$  (м) и скорости  $v$  (м/с) есть такое соотношение:



Ага!



А теперь подумаем, что будет, если наблюдатель движется с постоянной скоростью  $u$  (м/с) навстречу источнику звука. В этом случае для наблюдателя скорость звуковой волны будет равна  $v + u$  (м/с). А значит, частота колебаний  $f'$  (Гц) будет такой:

$$f' = \frac{v + u}{\lambda}.$$

Из этих двух формул, сократив  $\lambda$ , получим:

$$f' = \frac{v + u}{v} f.$$

Теперь рассмотрим ситуацию, когда наблюдатель удаляется от источника звука. Обозначим скорость удаления за  $-u$  (м/с), и тогда для наблюдателя скорость звуковой волны будет восприниматься как  $v - u$ . Поэтому частота колебаний  $f''$  (Гц), которые наблюдатель будет слышать, будет такой:



А используя эту формулу, можно рассчитать, как на самом деле изменится звук сирены машины скорой помощи?



Давай рассмотрим на конкретном примере, как изменится частота колебаний в результате эффекта Доплера, если наблюдатель движется с постоянной скоростью.

Предположим, что наблюдатель едет в поезде, который движется прямо со скоростью 72 км/ч по направлению к переезду со звуковым сигналом. Хотя частота звукового сигнала переезда «дон-дон» не является фиксированной, как у сирены машины скорой помощи, здесь для сравнения возьмем частоту сигнала переезда равной  $f = 960$  Гц. Скорость звука в воздухе примем, как и прежде, равной  $v = 340$  м/с, и тогда  $u = 72$  км/ч = 20 м/с, поэтому:

$$f' = \frac{v+u}{v} f = \frac{340+20}{340} \times 960 = 1016 \text{ Гц.}$$

В прошлый раз, когда мы считали, как изменится изначальная частота  $f = 960$  Гц сирены машины скорой помощи, которая движется со скоростью 72 км/ч к стоящему на месте наблюдателю, мы получили результат  $f' = 1020$  Гц.

Аналогично рассмотрим ситуацию, когда наблюдатель удаляется от источника звука со скоростью 72 км/ч, и получим:

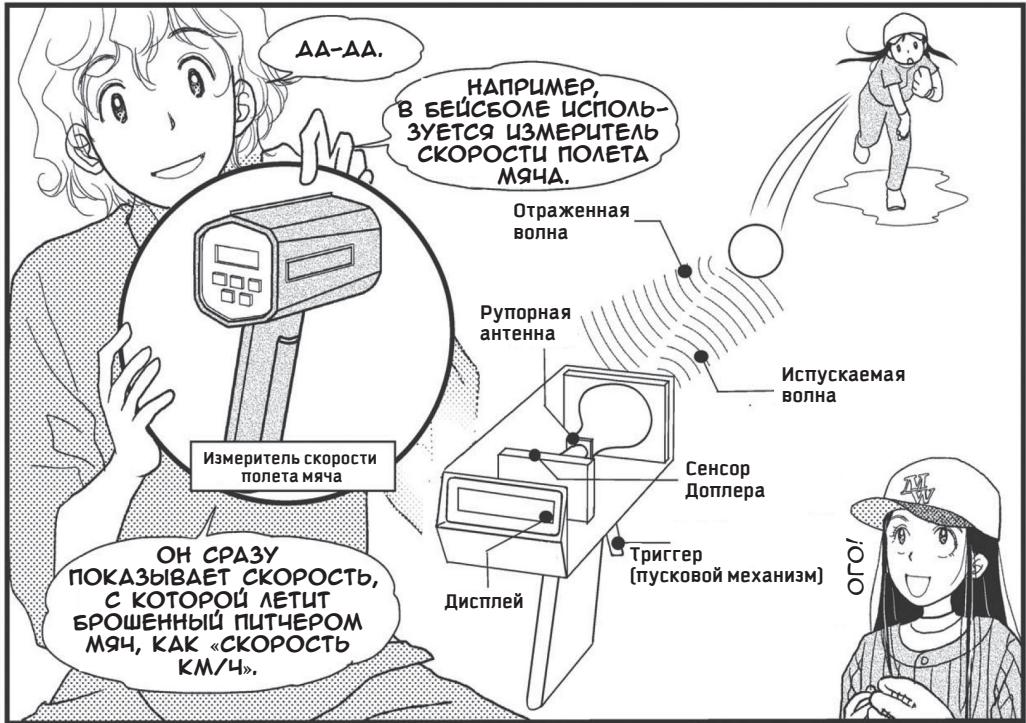
$$f'' = \frac{v-u}{v} f = \frac{340-20}{340} \times 960 = 904 \text{ Гц.}$$

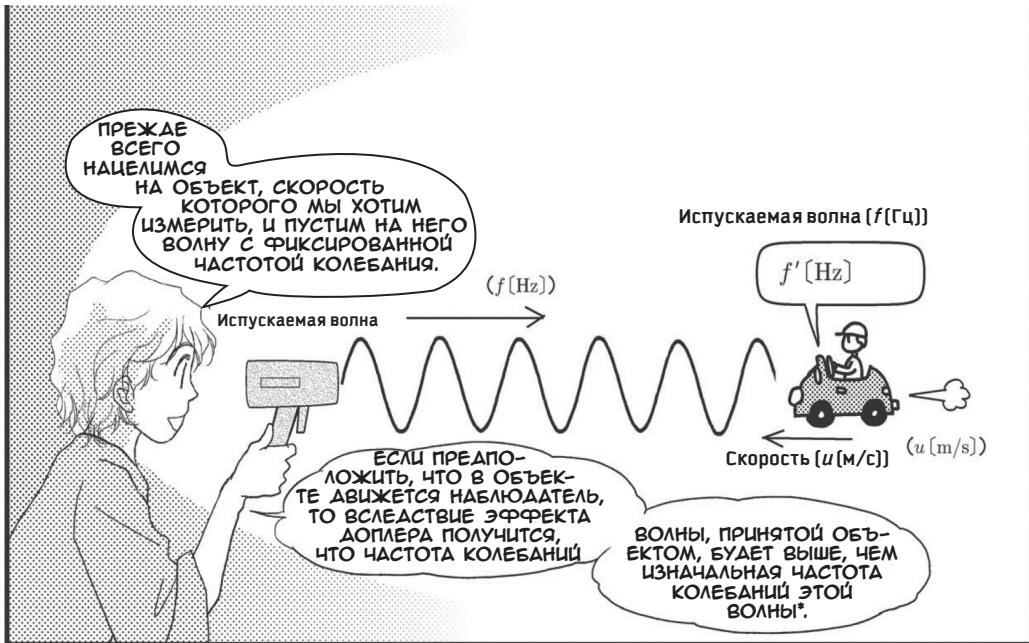


Выходит, что один и тот же эффект Доплера для ситуаций:

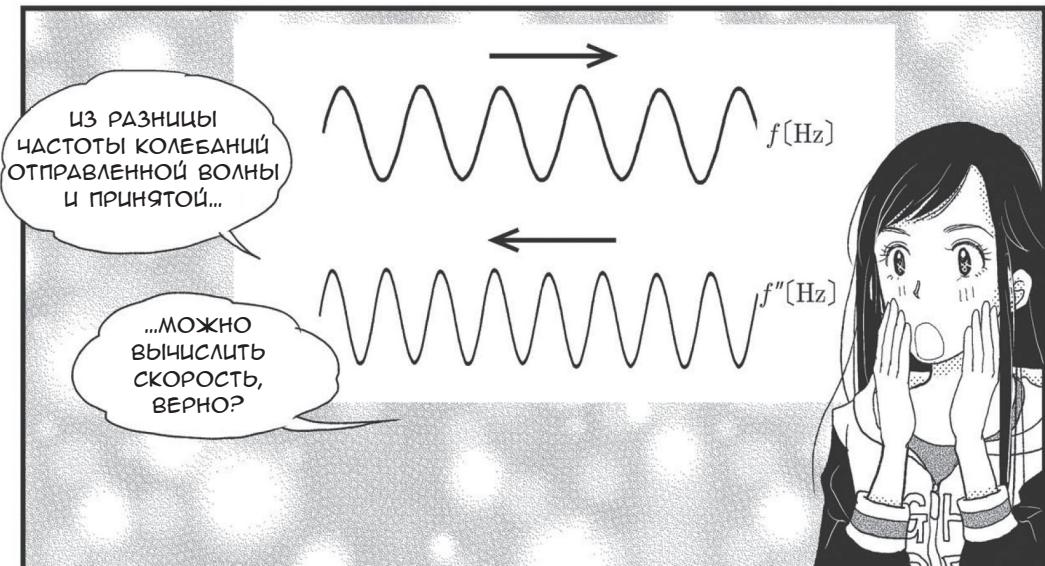
- когда движется источник звука, а наблюдатель стоит;
- когда движется наблюдатель, а источник звука неподвижен,
- дает разный результат!

## • Измеритель скорости



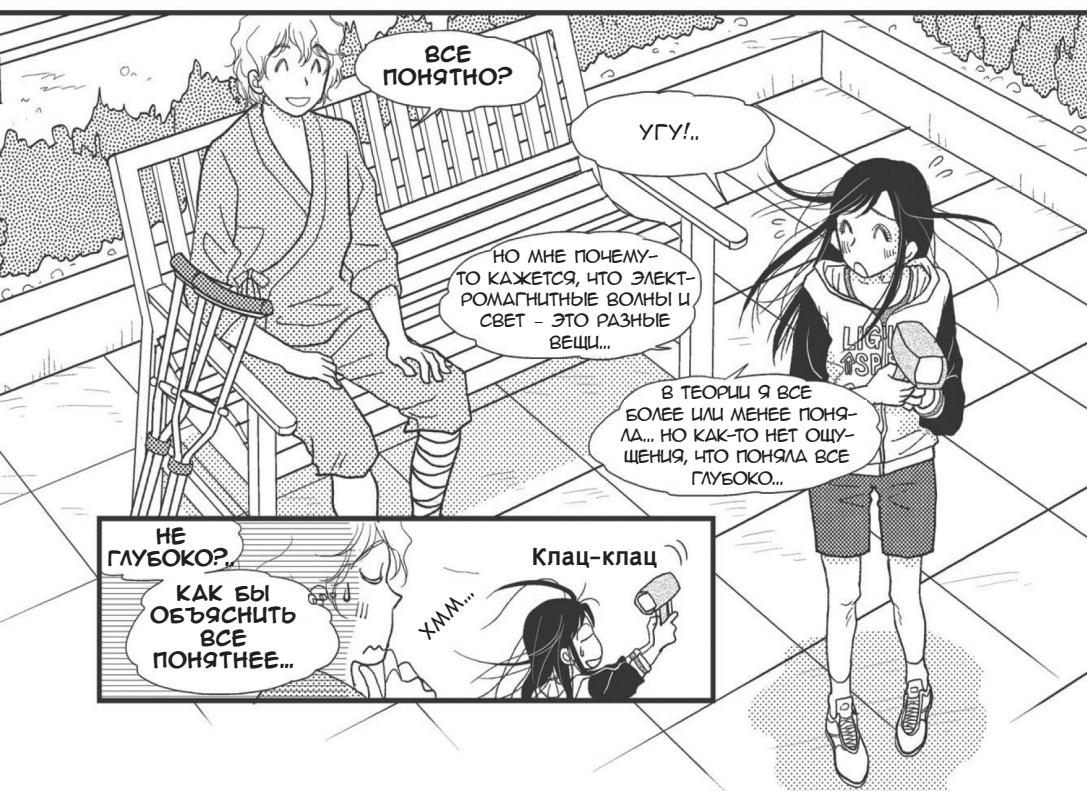


\* Измеритель скорости объединяет в себе источник волны и наблюдателя. Кроме того, в машине также есть наблюдатель, и машина испускает отраженную волну, являясь таким образом источником волны.





\* Скорость звука приблизительно равна 340 м/с, а скорость света –  $3,0 \times 10^8$  м/с, т. е. свет быстрее звука примерно в 1 млн раз (см. стр. 116).



## Дополнительный материал



### Эффект Доплера для случая, когда движутся и источник звука, и наблюдатель

В манге мы рассмотрели два случая проявления эффекта Доплера:

- (1) когда наблюдатель неподвижен, а источник звука движется;
- (2) когда источник звука неподвижен, а наблюдатель движется.

Но в действительности бывают ситуации, когда движется и источник звука, и наблюдатель. Подумаем же над тем, каким в подобной ситуации будет эффект Доплера, используя формулы. В такой ситуации эффект Доплера можно рассматривать как объединение эффектов упомянутых выше ситуаций (1) и (2). Итак, предположим, что и источник звука, и объект движутся по одной прямой линии.

Для начала вспомним, как находится длина волны, когда источник звука неподвижен. Если скорость звука равна  $v$  (м/с), то звуковая волна за 1 период времени  $T$  (с) преодолеет расстояние, равное длине волны  $\lambda$  (м). Поэтому:

$$\lambda = vT. \quad (1)$$

Когда же источник звука с постоянной скоростью  $V$  (м/с) **приближается к наблюдателю**, то, так как за период волны  $T$  (с) машина преодолеет расстояние  $VT$  (м), длина волны уменьшится на это расстояние по сравнению с предыдущей формулой. Таким образом, длина волны  $\lambda'$  (м) будет:

$$\lambda' = vT - VT = (v - V)T. \quad (2)$$

(См. стр. 156.)

$$T' = \frac{\lambda}{v + u}. \quad (3)$$

Далее вспомним ситуацию, когда наблюдатель с постоянной скоростью  $u$  (м/с) **движется по направлению к неподвижному источнику звука**. В таком случае по направлению к наблюдателю звуковая волна будет двигаться со скоростью  $v + u$  (м/с). А значит, период воспринимаемой наблюдателем звуковой волны  $T'$  (с) будет равен «длина волны ( $\lambda$ ) / скорость волны ( $v + u$ )», т. е. вот что получим (см. стр. 163).

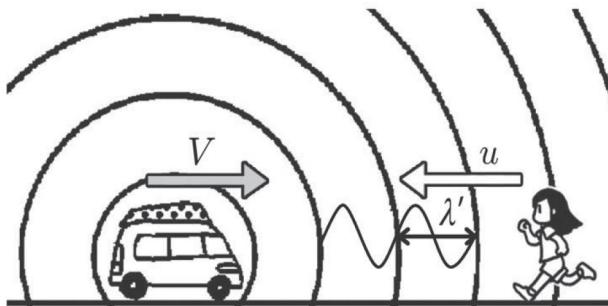


Рисунок 1. Ситуация, когда и источник звука, и наблюдатель движутся по направлению друг к другу

Итак, теперь рассмотрим ситуацию, когда наблюдатель движется к источнику звука с постоянной скоростью  $u$  (м/с) и источник звука приближается к наблюдателю с постоянной скоростью  $V$  (м/с). В таком случае для движущегося наблюдателя длина воспринимаемой звуковой волны будет не  $\lambda$  (м), как в ситуации, когда источник звука неподвижен, а как показано в формуле (2), когда источник звука находится в движении, т. е.  $\lambda'$  (м). Следовательно, период воспринимаемой наблюдателем звуковой волны  $T''$  (с) в ситуации, когда движутся и источник звука, и наблюдатель, будет:

$$T'' = \frac{\lambda'}{v + u}. \quad (4)$$

Подставим в формулу (4) формулу (2), убрав таким образом  $\lambda'$ , получим:

$$T'' = \frac{v - V}{v + u} T. \quad (5)$$

Период колебаний и частота связаны соотношением  $f'' = 1/T''$ ,  $f = 1/T$ , следовательно, подставив в формулу частоту колебаний, получим:

(А) формулу для ситуации, когда **источник звука и наблюдатель приближаются друг к другу**:

$$f'' = \frac{v + u}{v - V} f. \quad (6)$$

В ситуации, когда источник звука удаляется от наблюдателя, вместо  $V$  будет использоваться  $-V$ , а когда наблюдатель удаляется от источника звука, вместо  $u$  используется  $-u$ . Применяя комбинации этих вариантов, получим формулы эффекта Доплера для каждой возможной ситуации. Другими словами,

(Б) формулу для ситуации, когда **источник звука удаляется от наблюдателя, а наблюдатель приближается к источнику звука**:

$$f'' = \frac{v + u}{v + V} f; \quad (7)$$

(С) формулу для ситуации, когда **источник звука приближается к наблюдателю, а наблюдатель удаляется от источника звука**:

$$f'' = \frac{v-u}{v-V} f; \quad (8)$$

(Д) формулу для ситуации, когда **источник звука и наблюдатель удаляются друг от друга**:

$$f'' = \frac{v-u}{v+V} f. \quad (9)$$

Обратите внимание, что так как  $v$  и  $V$  выражают скорость, то их значения всегда положительны.

На самом деле нет необходимости запоминать все четыре формулы (6)–(9) по отдельности. Главное – усвоить следующее: «Когда источник звука направляется к наблюдателю, частота колебаний возрастает, а когда он удаляется, частота колебаний уменьшается. С другой стороны, когда наблюдатель приближается к источнику звука, частота колебаний увеличивается, а когда он удаляется, частота колебаний уменьшается». Если это понять, то достаточно запомнить формулу (6) для случая (А), а остальные формулы тогда легко вывести, только меняя знаки. Конечно, лучше всего не просто зазубрить формулу (6), а уметь выводить любую из формул, никуда не подглядывая.



## Принцип работы измерителя скорости

Подумаем над принципом работы измерителя скорости, применив формулы. Хотя реальные измерители скорости используют электромагнитные волны, здесь, чтобы разобраться с принципом работы, возьмем для примера звуковую волну.

Итак, обозначим за  $f$  (Гц) частоту колебаний звуковой волны, испускаемой измерителем скорости. И рассмотрим частоту колебаний  $f'$  (Гц), полученную в результате движения по направлению к измерителю скорости машины со скоростью  $u$  (м/с) (как показано на рис. 2). Значит, здесь мы можем использовать формулу эффекта Доплера для ситуации, когда «источник звука (измеритель скорости) неподвижен, а наблюдатель (машина) движется со скоростью  $u$  (м/с) по направлению к источнику звука»:

$$f' = \frac{v+u}{v} f. \quad (10)$$

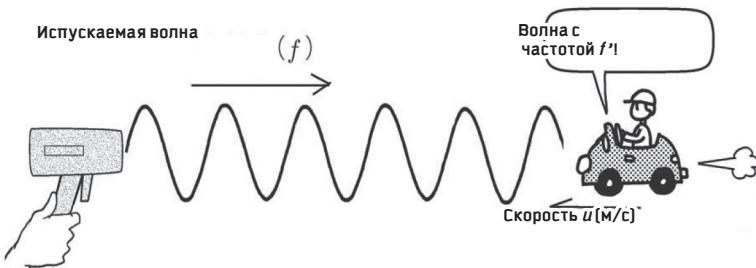


Рисунок 2. Эффект Доплера для ситуации, когда выходящая из измерителя скорости звуковая волна воспринимается машиной

Далее рассмотрим ситуацию, когда воспринятая наблюдателем (машиной) звуковая волна с той же частотой колебаний отправляется по направлению к измерителю скорости (см. рис. 3). В такой ситуации отправленная из измерителя скорости звуковая волна отражается от машины и возвращается в измеритель скорости<sup>1</sup>. Обозначим частоту колебаний воспринимаемой измерителем скорости звуковой волны как  $f''$  (Гц), и тогда по формуле эффекта Доплера для ситуации, когда «наблюдатель (в данном случае это измеритель скорости) неподвижен, а источник звука (в данном случае – машина) приближается к наблюдателю», получим:

$$f'' = \frac{v}{v-u} f'. \quad (11)$$



Рисунок 3. Эффект Доплера для ситуации, когда отраженная машиной звуковая волна воспринимается измерителем скорости

Подставим в формулу (11) формулу (10), избавившись от  $f'$ , получим:

$$f'' = \frac{v+u}{v-u} f. \quad (12)$$

Выведем из этой формулы  $u$ :

$$u = \frac{f'' - f}{f'' + f} v. \quad (13)$$

Следовательно, если нам известны скорость  $v$  (м/с) и частота колебаний  $f$  (Гц) выходящей из измерителя скорости звуковой волны, а также частота колебаний  $f''$  (Гц) вернувшейся в измеритель скорости волны, то можно вычислить скорость машины  $u$  (м/с). Это и есть принцип работы измерителя скорости.

<sup>1</sup> При отражении от объекта частота колебаний волны не меняется.

Задача 4. Как изображено на рисунке, от неподвижного наблюдателя удаляется издающий звук объект со скоростью  $V$  (м/с). Скорость звука равна  $v$  (м/с), а частота колебаний звука, когда объект стоит неподвижно, равна  $f$  (Гц).

(1) Чему равна частота колебаний  $f'$  (Гц) звука, воспринимаемого наблюдателем?

(2) Если перед объектом поставить отражающую панель, чему будет равна частота колебаний звука  $f''$  (Гц), воспринимаемого наблюдателем после отражения?

(3) Когда есть отражающая панель, в звуке, который слышит наблюдатель, возникнет явление биения. Сколько же биений будет в 1 с?



### ОТВЕТЫ

(1) Когда источник звука удаляется от неподвижного наблюдателя, по формуле эффекта Доплера получаем:

$$f' = \frac{v}{v+V} f \text{ [Hz].}$$

(2) Так как при отражении звуковой волны частота колебаний не меняется, то с позиции отражающей панели можем использовать формулу эффекта Доплера для ситуации, когда источник звука приближается:

$$f'' = \frac{v}{v-V} f \text{ [Hz].}$$

(3) В формулу количества биений в 1 с (см. стр. 132) подставим результаты (1) и (2):

$$N = |f'' - f'| = \left| \frac{v}{v-V} f - \frac{v}{v+V} f \right| = \frac{2vV}{v^2 - V^2} f.$$

(Единица измерения  $N$  такая же, как у частоты колебаний, – Гц.)

## Дополнительный материал. Повышенный уровень

### Эффект Доплера при диагональном направлении

Случаи возникновения эффекта Доплера в повседневной жизни, когда источник звука и наблюдатель находятся на одной прямой, встречаются реже, чем когда источник звука движется по диагонали к прямой, соединяющей его с наблюдателем (см. рис. 4). Рассмотрим такую ситуацию в общем.



Рисунок 4. Эффект Доплера, когда направление движения источника звука и наблюдателя не совпадают

Предположим, что наблюдатель находится от источника звука довольно далеко. Тогда можно считать, что в позиции наблюдателя воспринимаемые звуковые волны являются плоскими волнами с фиксированной длиной волны. Обозначим скорость звуковой волны  $V$  (м/с), угол между векторами движения источника звука и наблюдателя  $\theta$  (рад), а длину воспринимаемой наблюдателем волны как  $\lambda'$  (м). Тогда скорость движения источника звука по направлению к наблюдателю будет равна  $V \times \cos \theta$  (м/с) (см. рис. 5). Мы можем подставить это значение в формулу эффекта Доплера для ситуации, когда «наблюдатель неподвижен, а источник звука движется» (см. стр. 157). Тогда:

$$f' = \frac{V}{V - V \cos \theta} f. \quad (14)$$

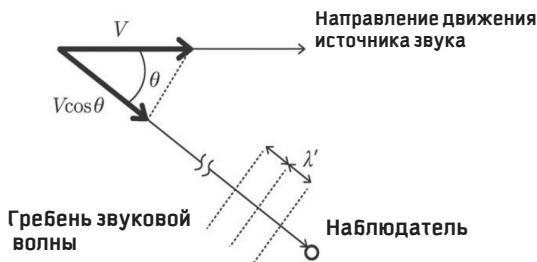


Рисунок 5. Скорость в направлении наблюдателя и воспринимаемая длина волны

Используя полученную формулу, поразмышляем над эффектом Доплера, в случае когда машина скорой помощи пересекает дорогу перед нами. Как изменится частота колебаний? Если машина скорой помощи находится довольно далеко, то угол, образованный направлением движения машины скорой помощи и нашим собственным направлением, будет очень мал. Поэтому воспринимаемую частоту колебаний можно приблизительно выразить одномерной формулой:

$$f' = \frac{v}{v - V} f. \quad (15)$$

Эта формула получается из формулы (14), если  $\theta \ll 1$ , т. е.  $\cos \theta \approx 1$ . По мере же приближения машины скорой помощи угол  $\theta$  возрастает (см. рис. 6). В таком случае значение  $V \times \cos \theta$  будет уменьшаться, а значение знаменателя в формуле (14) – увеличиваться. Следовательно, вследствие эффекта Доплера высокий звук будет постепенно понижаться. Когда же  $\theta = \pi/2$ , другими словами, в момент, когда машина скорой помощи проедет перед глазами, из формулы (14) получаем  $f' = f$ . То есть в этот момент частота колебаний будет такой же, как если бы машина скорой помощи стояла неподвижно. Затем машина скорой помощи начнет удаляться, значит, будет  $\theta > \pi/2$ , а  $\cos \theta < 0$ . Из формулы (14) получим, что  $f' < f$ . Другими словами, звук будет более низким, чем когда источник звука неподвижен. Таким образом, это значение станет приближаться к приблизительному значению, когда машина скорой помощи проезжает далеко:

$$f' = \frac{v}{v + V} f. \quad (16)$$

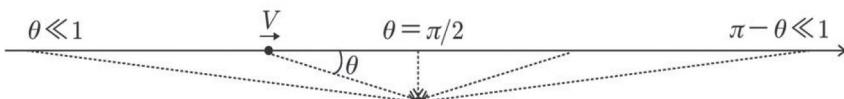


Рисунок 6. Движение объекта и изменение угла, влияющего на эффект Доплера

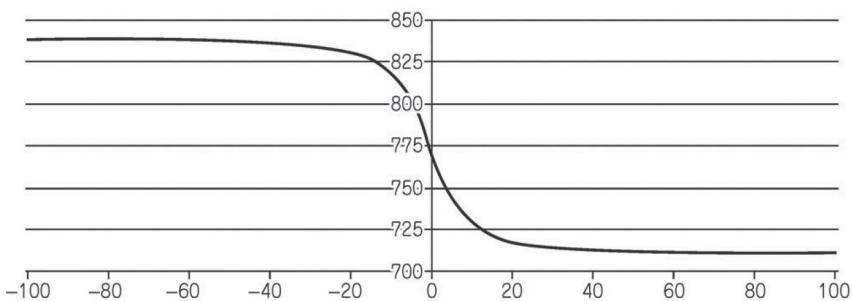


Рисунок 7. Эффект Доплера, когда машина проезжает мимо

На рис. 7 представлен график изменения частоты колебаний вследствие эффекта Доплера, когда машина пересекает дорогу на расстоянии 10 м со скоростью 100 км/ч. В состоянии покоя частота звука равна 770 Гц. Используя одномерную формулу эффекта Доплера, получим, что частота при приближении равна 839 Гц, а при удалении – 712 Гц (проверьте это, сделав расчет для каждого варианта). Как видно из рис. 7, на расстоянии 20–30 м частота колебаний меняется довольно сильно, но на большем расстоянии она становится практически постоянной (на рис. 7 положение машины 0 м на горизонтальной оси соответствует  $\theta = \pi/2$ ).

Когда машина скорой помощи или патрульная машина проезжает перед нашими глазами, мы слышим, как внезапно высокий звук сменяется на низкий. Это происходит, как показано на рис. 7, из-за резкого изменения частоты звука из-за эффекта Доплера.



## Эффект Доплера для света

Свет (электромагнитная волна) является волной, поэтому, подобно звуковой волне, он тоже подвергается действию эффекта Доплера. Однако чтобы правильно описать свет, необходимо знать принцип инвариантности скорости света и принцип относительности. То есть, чтобы правильно вывести **формулу эффекта Доплера для света**, нужна теория относительности. К сожалению, в этой книге мы не можем останавливаться на теории относительности, поэтому здесь представим лишь результаты. Если в диагональном направлении относительно наблюдателя движется объект, испускающий свет с частотой  $f$  (Гц), то формула эффекта Доплера для света будет:

$$f' = \frac{\sqrt{1 - (V/c)^2}}{1 - (V/c)\cos\theta} f.$$

Здесь  $c$  (м/с) – это скорость света. Хотя эта формула выглядит довольно сложной, мы можем игнорировать  $(V/c)^2$  в числителе, если скорость объекта намного меньше скорости света. И тогда формулу (17) можно записать:  $f' = f/(1 - (V/c)\cos\theta)$ . Если же в этой формуле заменить  $c$  на  $v$ , то она совпадет с формулой (14).

Формула эффекта Доплера для света используется при расчете, с какой скоростью далекие звезды движутся в направлении Земли. Свет от звезды смешивается со светом определенной частоты, исходящим из атома. Наблюдая, в какой степени эффект Доплера вызван этой частотой, по формуле (17) можем рассчитать скорость  $V$  (м/с) звезды относительно Земли. Более того, используя **закон Хаббла**, гласящий, что «расстояние до находящихся далеко небесных тел пропорционально их скорости удаления от нас», можно с помощью эффекта Доплера для наблюдаемой звезды и света Млечного Пути рассчитать расстояние до этой звезды.



## Ударная волна

Используемые при объяснении эффекта Доплера для движущегося источника звука концентрические круги тем более смещаются вперед, чем ближе становится скорость источника звука  $V$  к скорости звука  $v$ . Когда же  $V$  станет равным  $v$ , представляющие фронт волны круги будут соприкасаться в одной точке.

Если же скорость движущегося объекта станет выше скорости звука, т. е.  $V > v$  (такая скорость называется сверхзвуковой), то касательные к представляющим фронт волны концентрическим окружностям будут образовывать подобие конуса (см. рис. 8). Этот конус называется **конусом Маха**. Конус Маха представляет собой поверхность, касающуюся всех синфазных волновых фронтов. Другими словами, звуковые волны накладывают друг на друга, так что усиливают друг друга. Следовательно, перпендикулярно конусу Маха образуется сильная звуковая волна, которая называется **ударной волной**. Так, когда пролетает сверхзвуковой самолет, на поверхности земли слышится хлопок. Это приходит ударная волна звуковой волны.

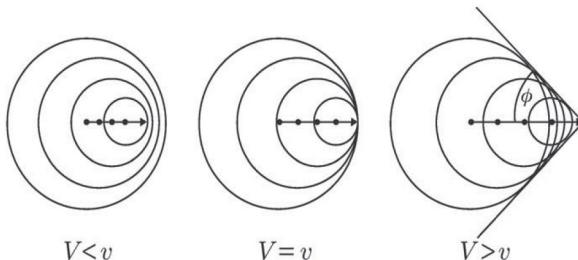


Рисунок 8. Взаимосвязь ударной волны и скорости (конус Маха)

Угол, под которым наблюдается ударная волна, по рис. 9 можно определить как

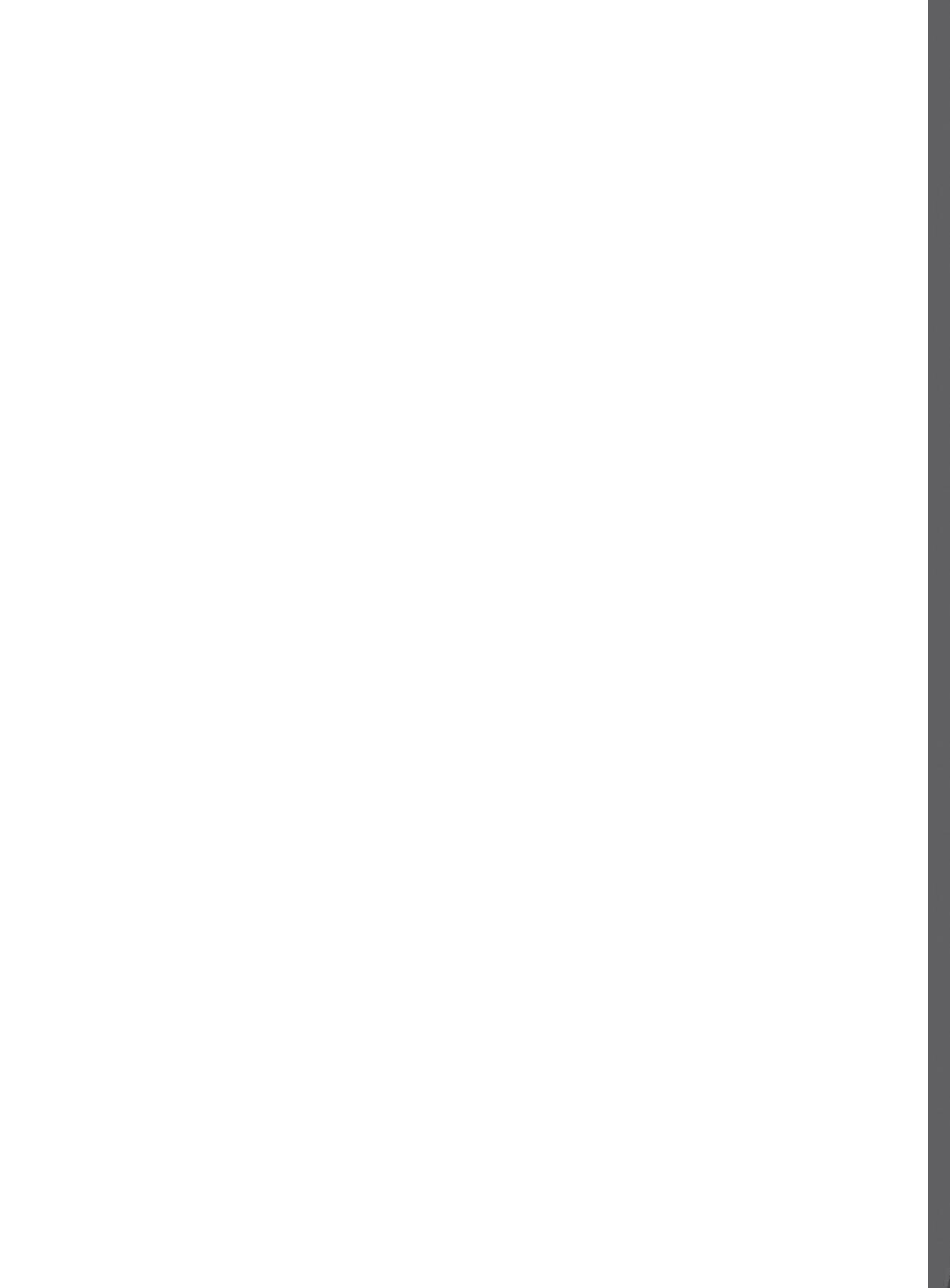
$$\cos \theta = \frac{v}{V}. \quad (18)$$

Так как  $\cos \theta \leq 1$ , понятно, что для возникновения ударной волны необходимо, чтобы скорость объекта была выше скорости волны (в данном случае звуковой волны).



Рисунок 9. Угол, под которым наблюдается ударная волна

Интересно, что бывают и световые ударные волны. Согласно теории относительности Эйнштейна, не существует объектов, способных двигаться быстрее скорости света в вакууме. Однако, как было рассказано в разделе о преломлении света, в средах с показателем преломления  $n > 1$  скорость света равна  $c' = c/n$ , т. е. меньше, чем скорость света в вакууме. В таких средах возможно движение частиц, например электронов высоких энергий, со скоростью, большей скорости света. Когда частицы, движущиеся со «сверхсветовой скоростью», имеют заряд, возможно возникновение световой ударной волны. Это явление называется **свечениеем Черенкова**.



## ГЛАВА 5

# СВЕТОВАЯ ВОЛНА

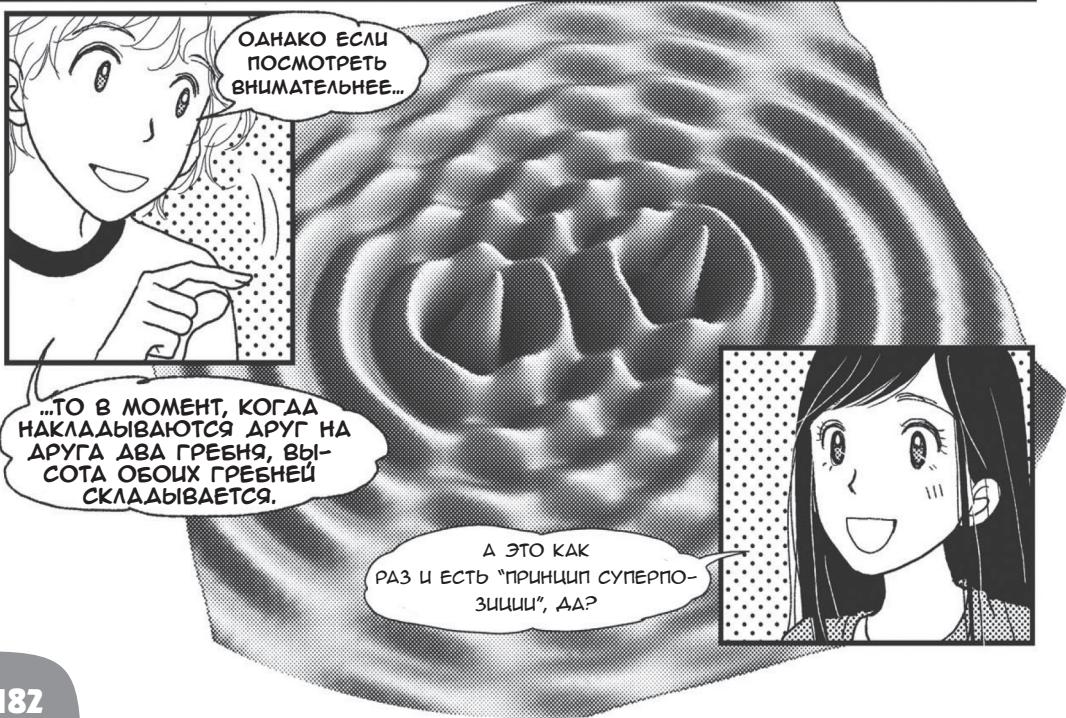
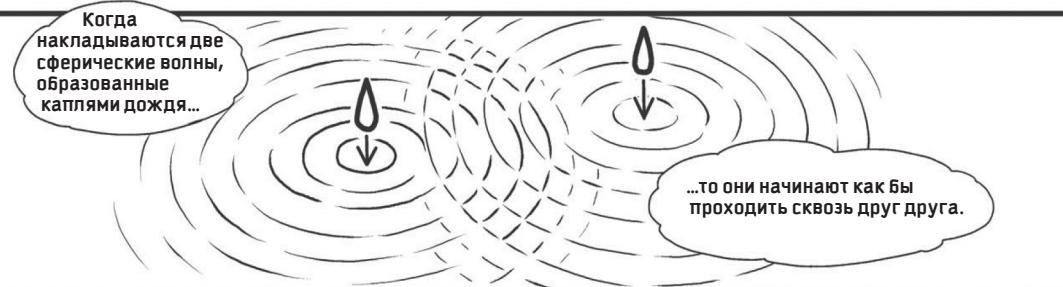




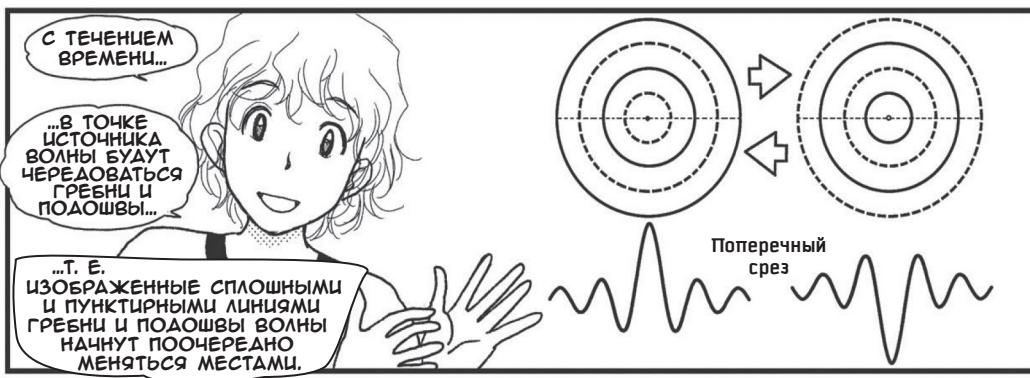
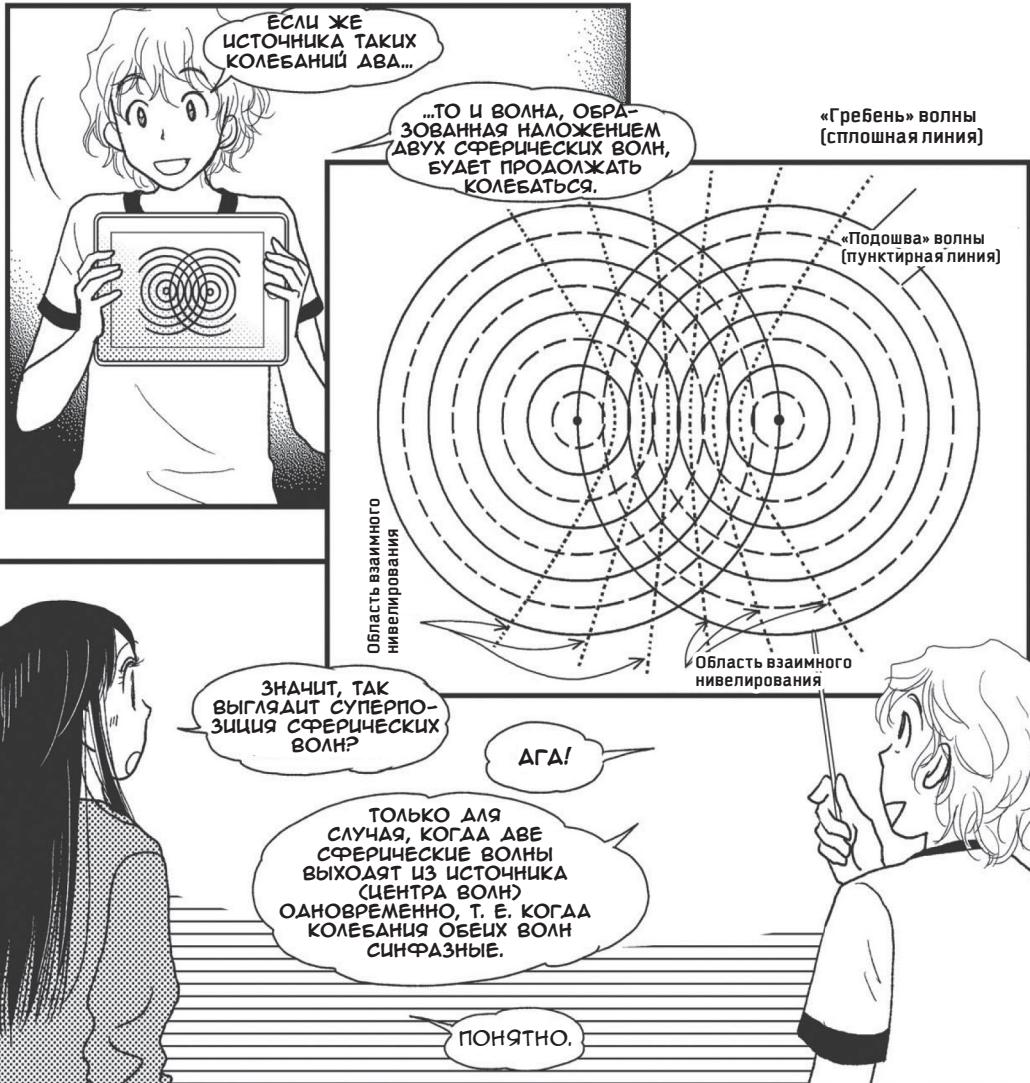
# 1. Интерференция и дифракция волны

- Интерференция двух сферических волн



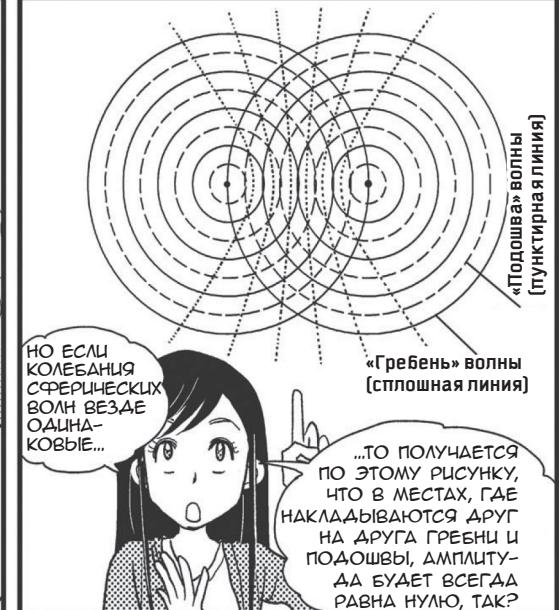






НА РИСУНКЕ ИЗОБРАЖЕННЫЕ СЛОШНЫМИ ЛИНИЯМИ КРУГИ ПОМЕНЯЛИСЬ МЕСТАМИ С ИЗОБРАЖЕННЫМИ ПУНКТИРОМ, ДА?

ИМЕННО.



НА САМОМ ДЕЛЕ ЧЕМ ДАЛЬШЕ ОТ ЦЕНТРА, ТЕМ АМПЛИТУДА БУДЕТ СТАНОВИТЬСЯ МЕНЬШЕ. А В МЕСТАХ, ВСЕГДА

НАХОДЯЩИХСЯ В ПРОТИВОФАЗЕ, БУДУТ ОБРАЗОВЫВАТЬСЯ УЗЛЫ ВОЛНЫ.



...ТО НА ПОЛУЧЕННОЙ ЛИНИИ, КРОМЕ ТОЧЕК ПЕРЕСЕЧЕНИЯ, ОДНА ИЗ ВОЛН БУДЕТ СМЕЩАТЬСЯ В ПОЛОЖИТЕЛЬНОМ НАПРАВЛЕНИИ, А ВТОРАЯ - В ОТРИЦАТЕЛЬНОМ. И ТАКИМ ОБРАЗОМ ВОЛНЫ БУДУТ ВЗАИМОНОСЛАБЛЯТЬ ДРУГ ДРУГА.

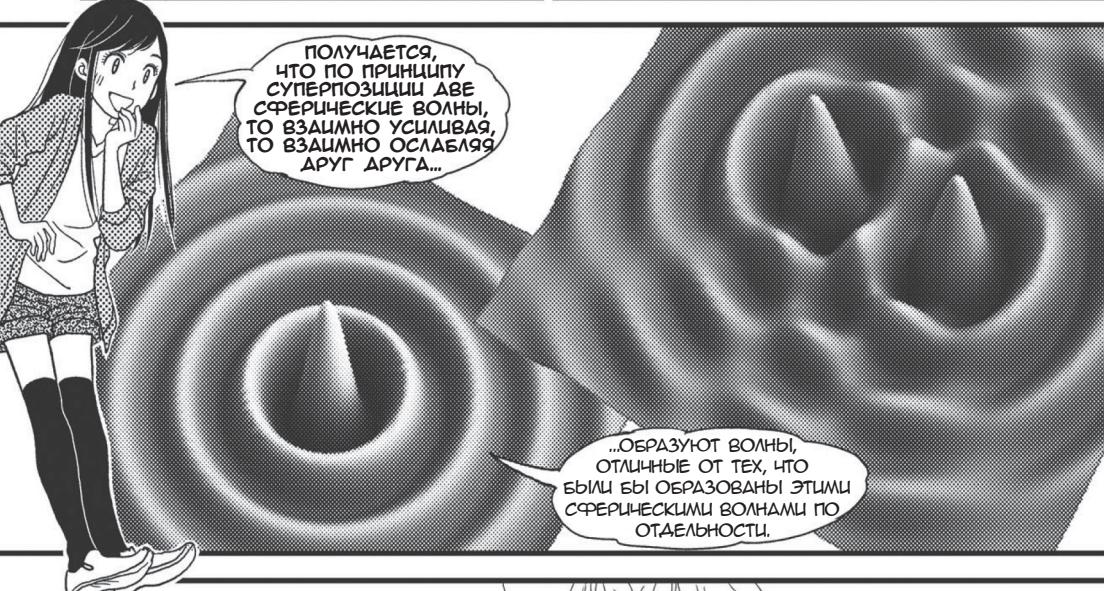
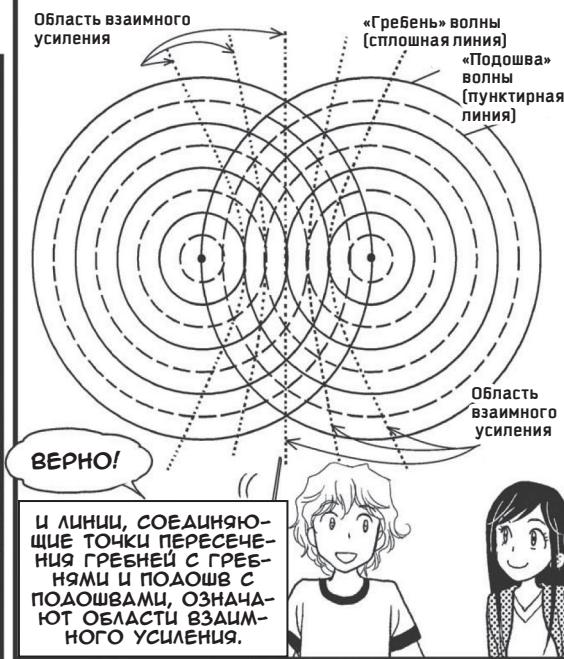
НА РИСУНКЕ ЭТИ МЕСТА ВЗАИМОНОСЛАБЛЕНИЯ ОБОЗНАЧЕНЫ ЛИНИЕЙ ИЗ ТОЧЕК.

Область взаимного нивелирования

«Гребень» волны (сплошная линия)

Область взаимного нивелирования

«Подошва» волны (пунктирная линия)



## Лабораторная работа. Формула, описывающая области взаимного усиления и взаимного ослабления волн



Области взаимного усиления и взаимного ослабления волн можно описать формулой.

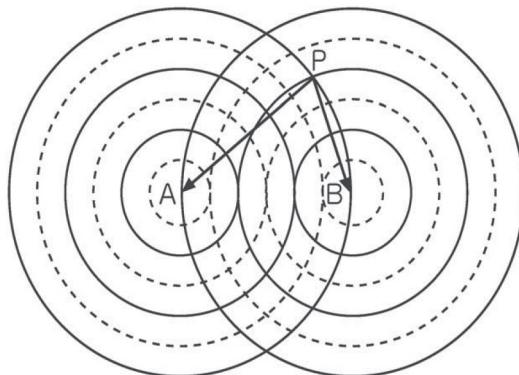


Мм?

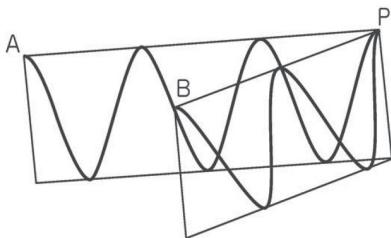


Обозначим за А и В местоположение источников волн, колеблющихся синфазно. В некотором месте Р волны будут взаимно усиливать друг друга, при условии что «**|PA – PB| – разница расстояний между точками А и Р (PA) и точками В и Р (PB) – должна быть в фазе (кратной длине волны)**». Отсюда следует, что для  $m$ , равного нулю или целому положительному числу, если  $\lambda$  (м) – это длина волны, то можно описать вот таким образом:

$$|PA - PB| = m\lambda \quad (m = 0, 1, 2, 3, \dots).$$



Место, где выполняется условие взаимного усиления

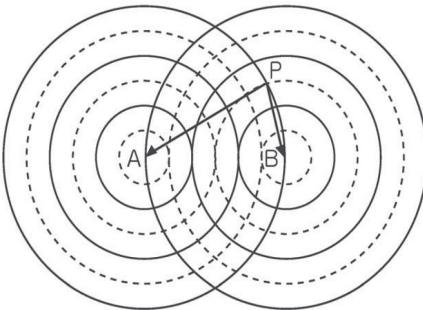


*Поперечное сечение сферических волн, разрезанных вертикально вдоль РА и РВ (до наложения)*

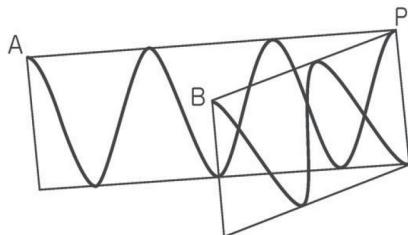


Аналогично, чтобы в некой точке Р было взаимное ослабление волн, должно выполняться условие, что «разница расстояний между точками Р и А и точками Р и В должна быть в противофазе (равна сумме числа, кратного длине волны, и числа, равного половине длины волны)». Поэтому можно выразить так:

$$|PA - PB| = \left( m + \frac{1}{2} \right) \lambda \quad (m = 1, 2, 3, \dots).$$

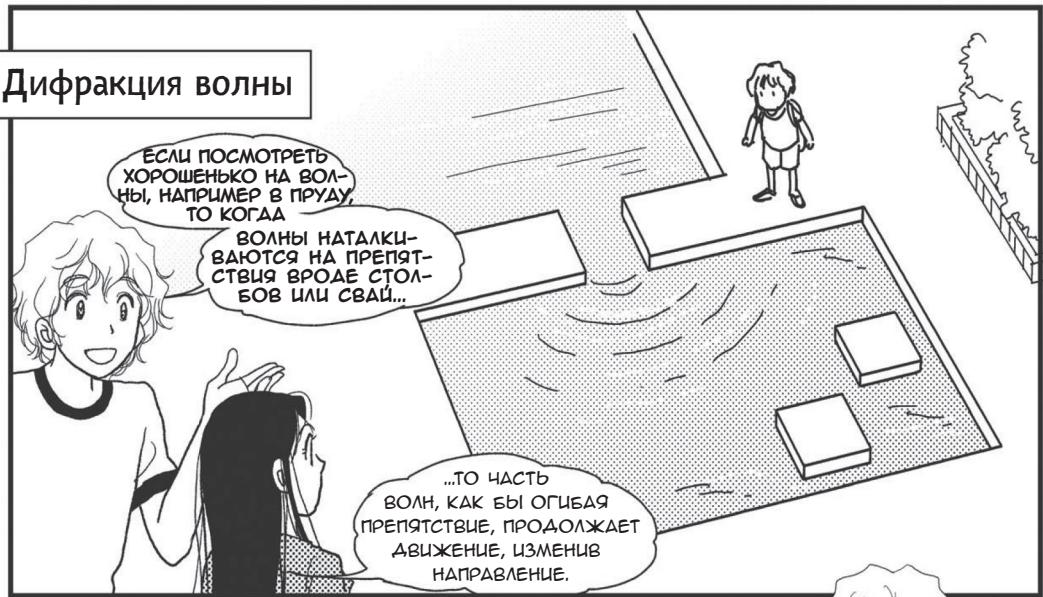


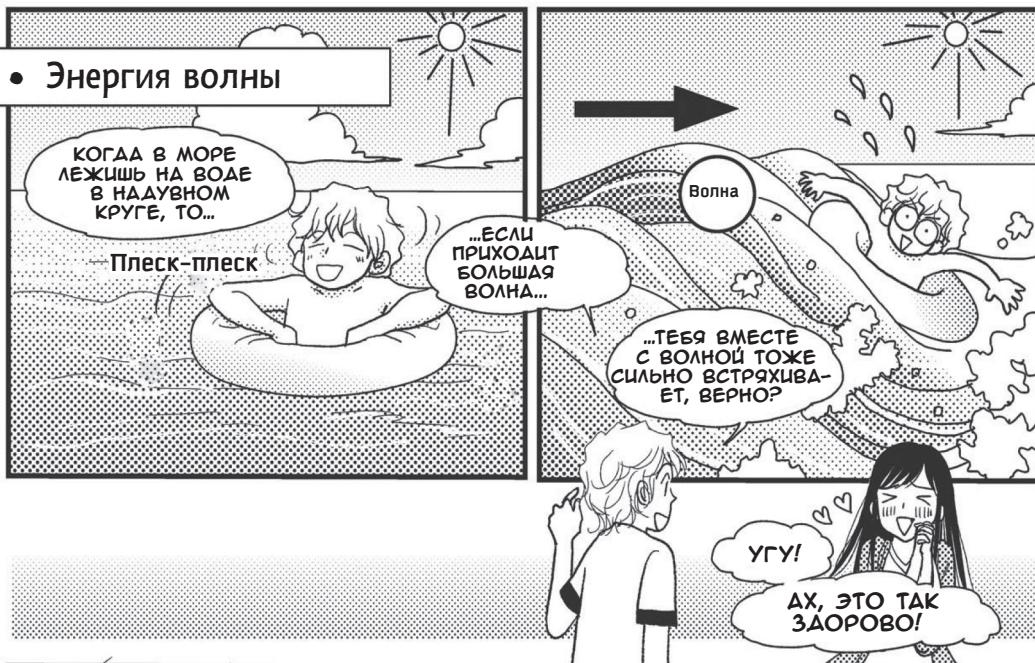
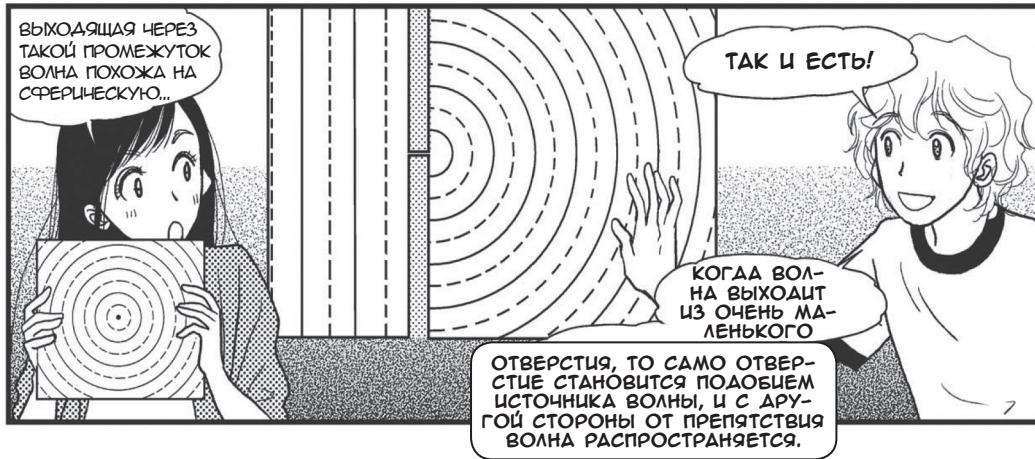
*Место, где выполняется условие взаимного ослабления волн*

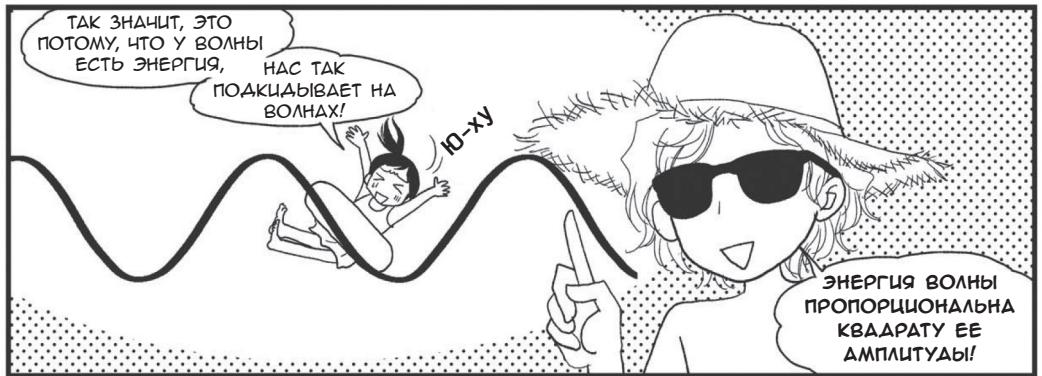


*Поперечное сечение сферических волн, разрезанных вертикально вдоль РА и РВ (до наложения)*

## • Дифракция волны





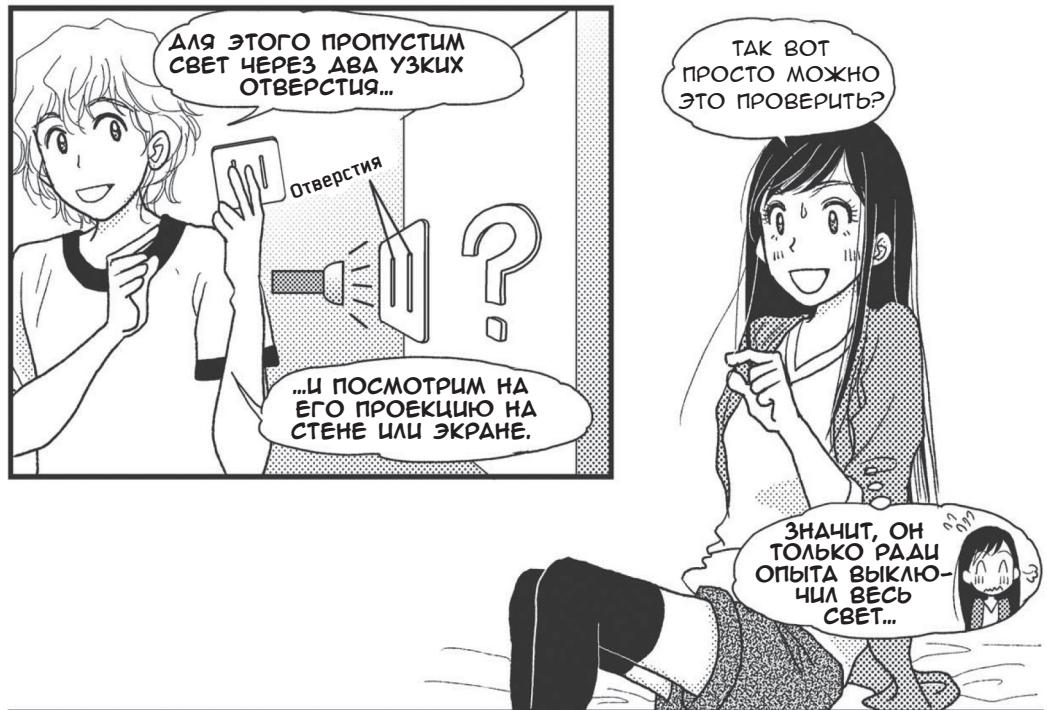


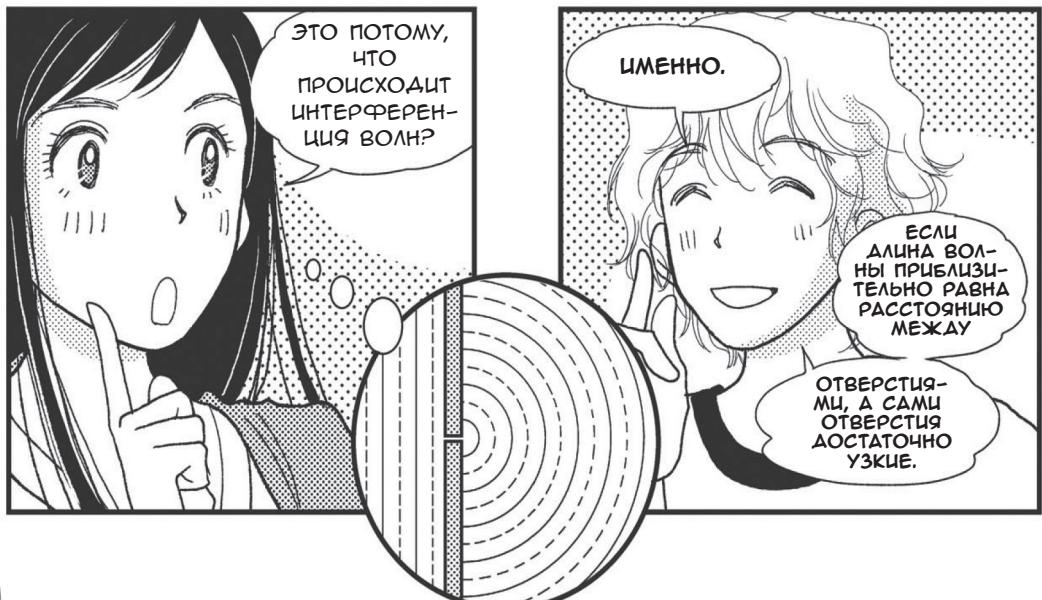
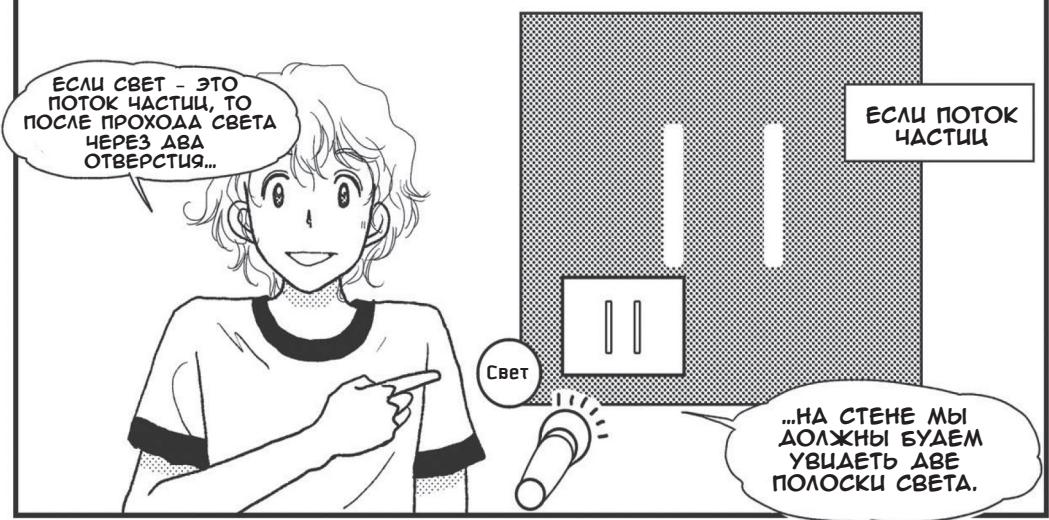
## 2. Частицы и волны

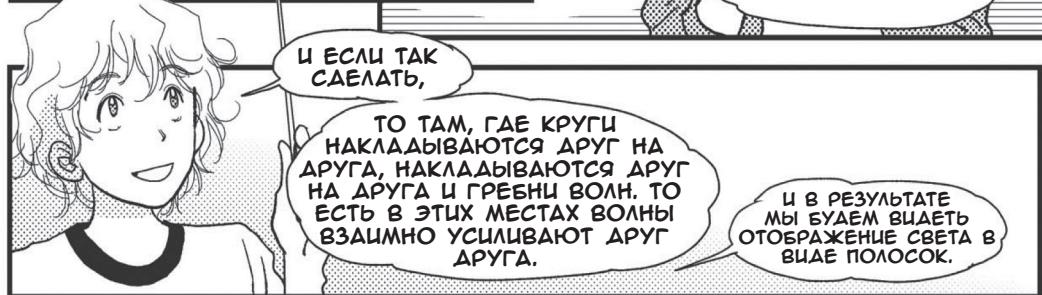
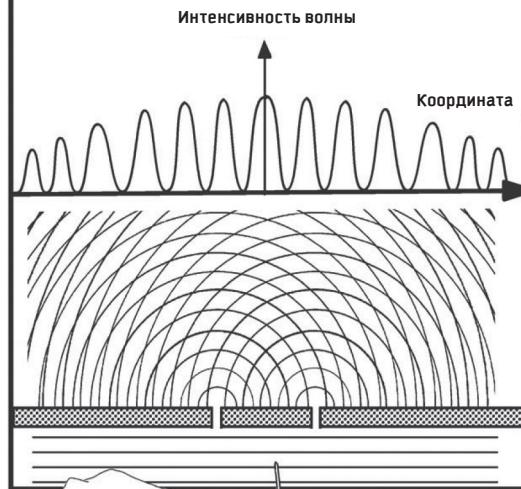
- Как определить, с чем мы имеем дело – с частицами или волной





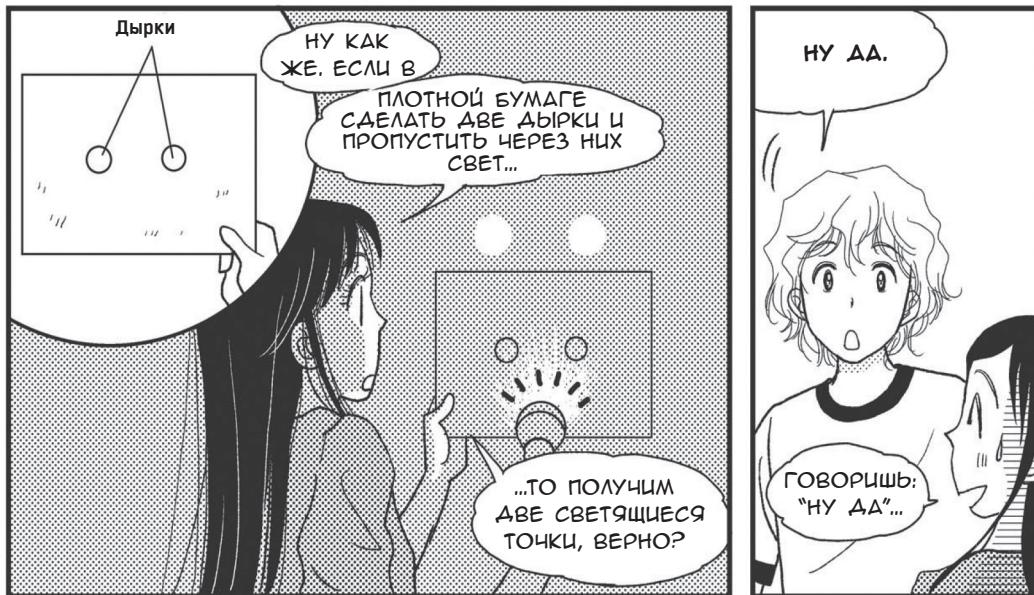


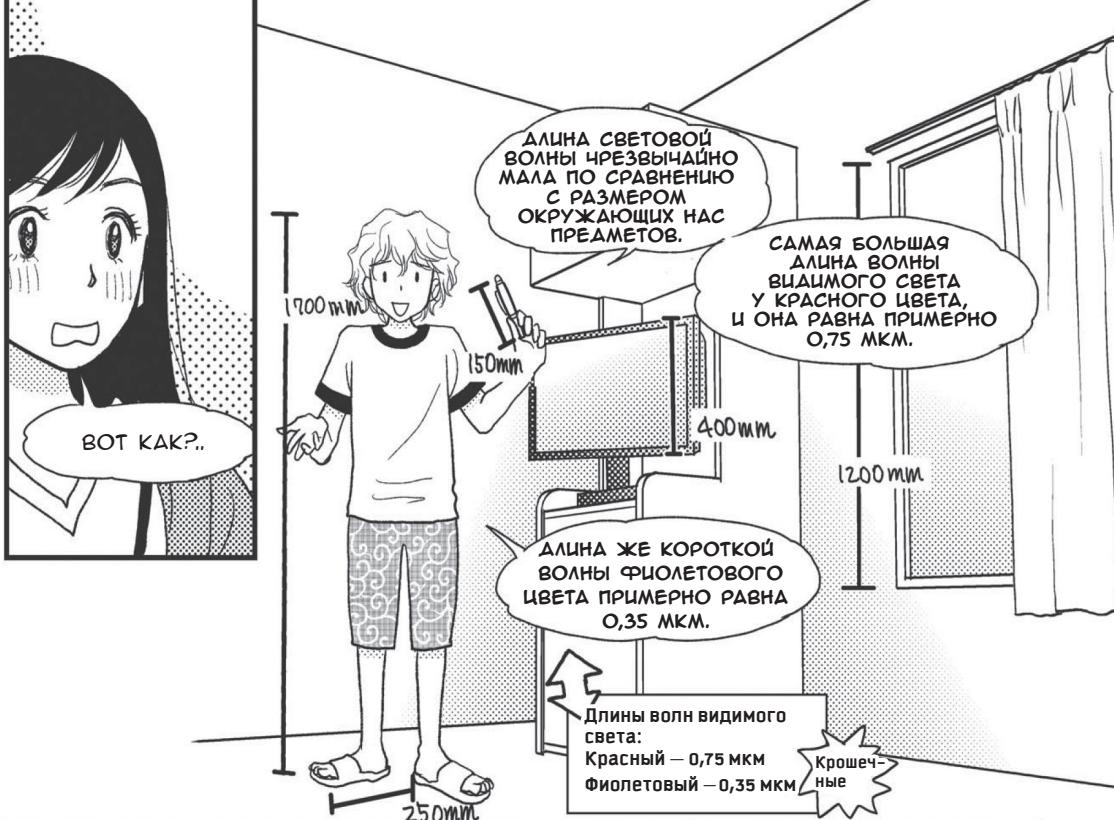


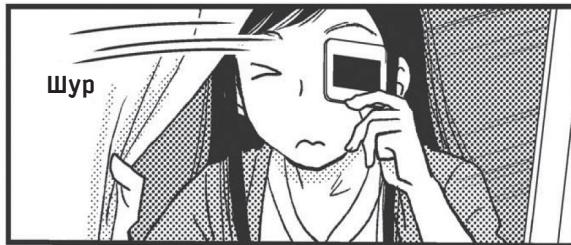
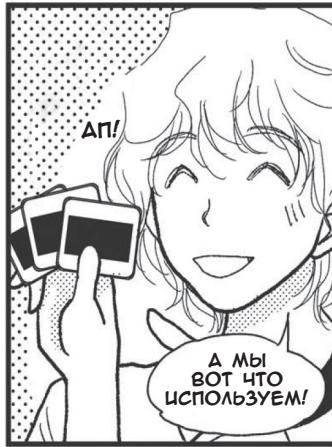


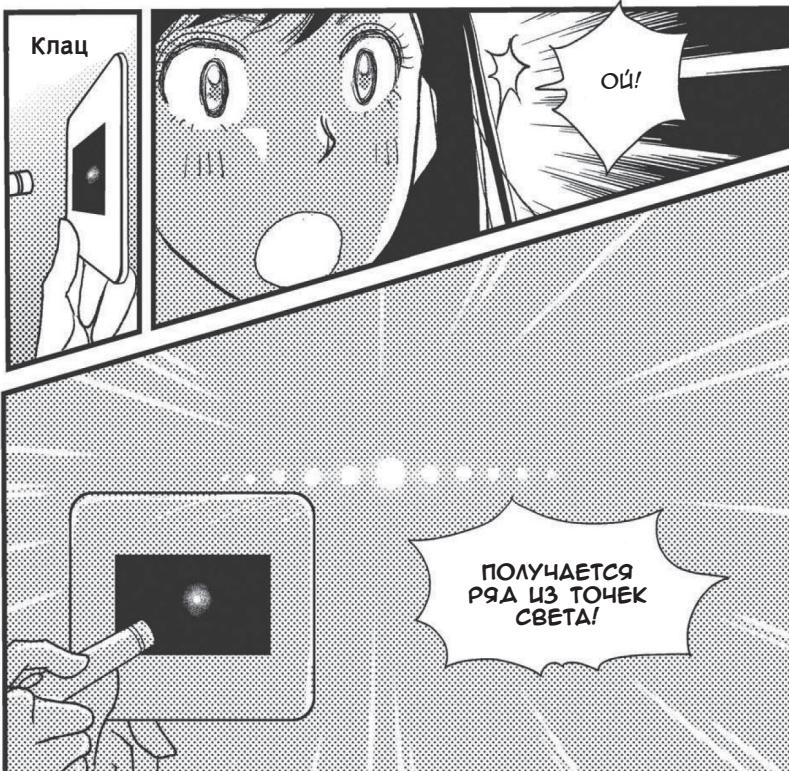
## • Дифракция света









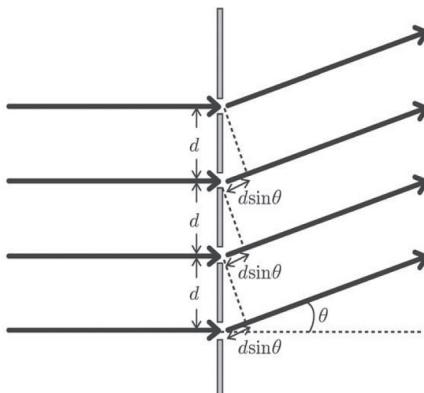




## Лабораторная работа. Дифракционная решетка и интерференция



Расстояния между яркими точками, образующимися после прохождения света через дифракционную решетку, зависит от расстояния между щелями в решетке. Однако угол между направлением лазерной указки и направлением яркой точки является постоянным и не зависит от расположения щелей. Этот угол определяется следующим образом.



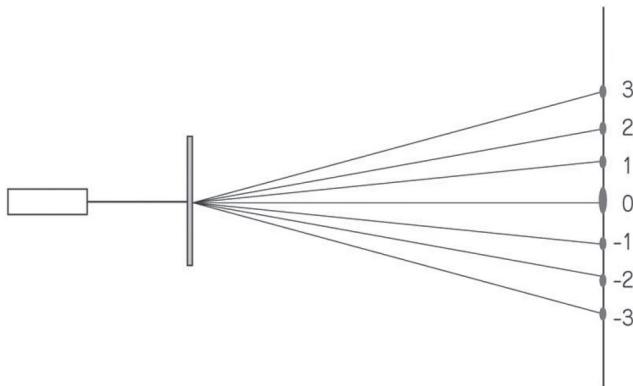
Предположим, что у нас есть дифракционная решетка со множеством щелей. На рисунке выше представлен увеличенный вид дифракции света после прохождения через щели дифракционной решетки. Мы уже изучили формулу необходимого условия для взаимного усиления волн вследствие интерференции. Оно состоит в том, что разность оптических длин путей световых волн (**оптическая разность хода**) должна быть кратна длине волны. Если длина волны света от лазерной указки равна  $\lambda$ , а расстояние между щелями равно  $d$ , то по рисунку выше получается, что оптическая разность хода для света, прошедшего через самую нижнюю щель, относительно света, прошедшего через щель выше, будет равна  $d \times \sin \theta$ . Поэтому условие для взаимного усиления волн света под углом  $\theta$  будет:

$$d \sin \theta = m\lambda \quad (m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots).$$

Другими словами, угол, под которым возможно появление ярких точек, удовлетворяет условию:

$$\sin \theta = \frac{m\lambda}{d} \quad (m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots).$$

Выходящий через равноудаленные друг от друга щели под такими углами свет будет накладываться друг на друга, образуя яркие точки. Эти яркие точки можно расположить в порядке возрастания абсолютного значения  $m$ .



Аналогично для условия взаимного ослабления волн, когда оптическая разность хода равна сумме половины длины волны  $\lambda/2$  и числа, кратного длине волны:

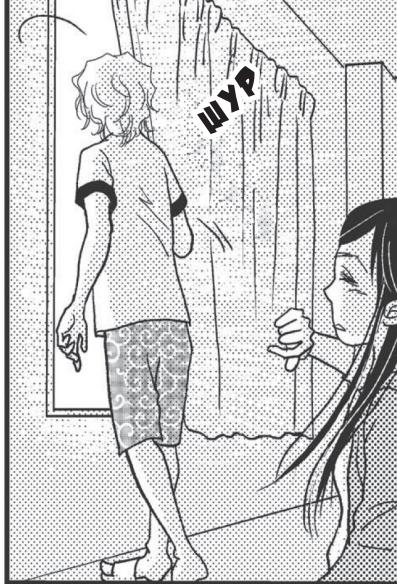
$$d \sin \theta = m\lambda + \frac{1}{2}\lambda = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda \quad (m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots).$$

Задание 5. Если используется решетка, подобная изображенной на рисунке выше, где расстояние между щелями  $d = 0,01$  мм, угол  $\theta = 30^\circ$ , а  $m = 10$ , то какова будет длина волны света от лазерной указки в микрометрах (мкм)?

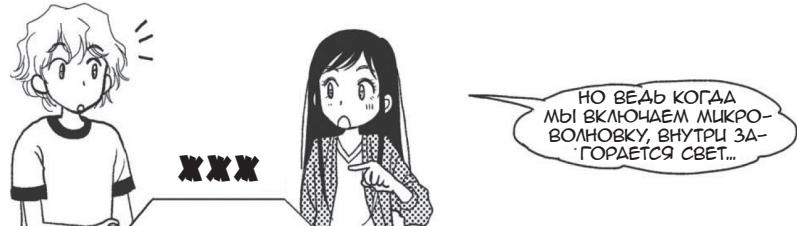
**Ответ:**

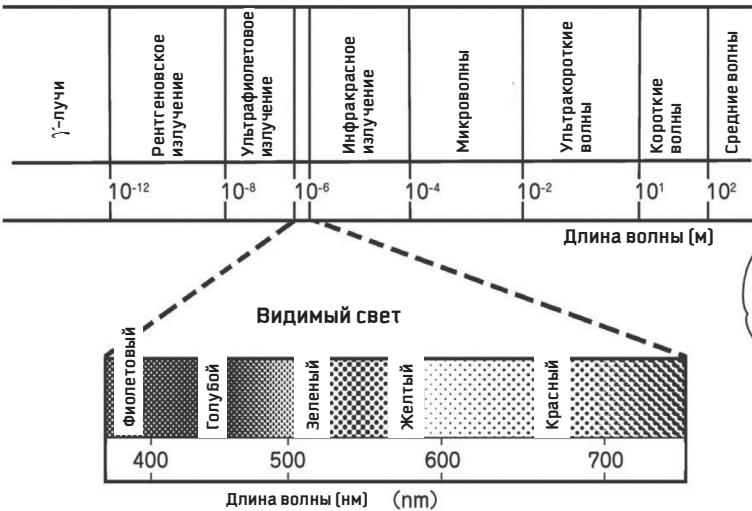
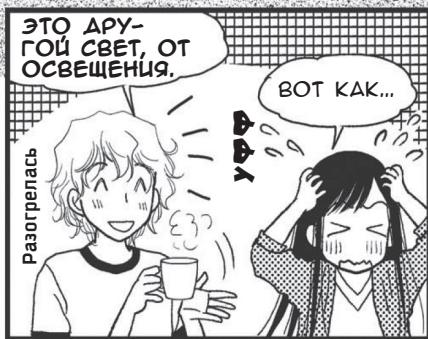
0,5 мкм ( $5 \times 10^{-7}$  м).

(Из формулы условия взаимного усиления волн  $d \times \sin \theta = \lambda m$  длина волны будет:  $\lambda = d \times \sin \theta / m$ . Подставим значение  $\sin 30^\circ = 1/2$  и получим, что  $\lambda = 0,01 \times 10^{-3} \times (1/2)/10 = 5 \times 10^{-7}$  м. А так как 1 мкм =  $10^{-6}$  м, то получается  $\lambda = 0,5$  мкм.)



\* В узком смысле «светом» называют только видимый свет.





ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ С АЛЛИНАМИ ПРИМЕРНО ОТ 0,35 ДО 0,75 МКМ ВЫДАЮТСЯ ОСОБО.

Значит, ультрафиолетовое и инфракрасное излучения, используемые в телевизорах и мобильных телефонах, тоже относятся к электромагнитным волнам?



КСТАТИ ГОВОРЯ, ЗНАЯ ЧАСТОТУ, МОЖНО...

...В ИЗВЕСТНУЮЩУЮ НАМ ФОРМУЛУ:

$$\text{СКОРОСТЬ ВОЛНЫ (М/С) = ЧАСТОТА КОЛЕБАНИЙ (ГЦ) \times АЛЛИНА ВОЛНЫ (М)}$$

...ПОДСТАВИТЬ...

$$c = 3 \times 10^8 \text{ [м/с]}$$

...СКОРОСТЬ СВЕТА...  
ОПЯТЬ ФОРМУЛА!

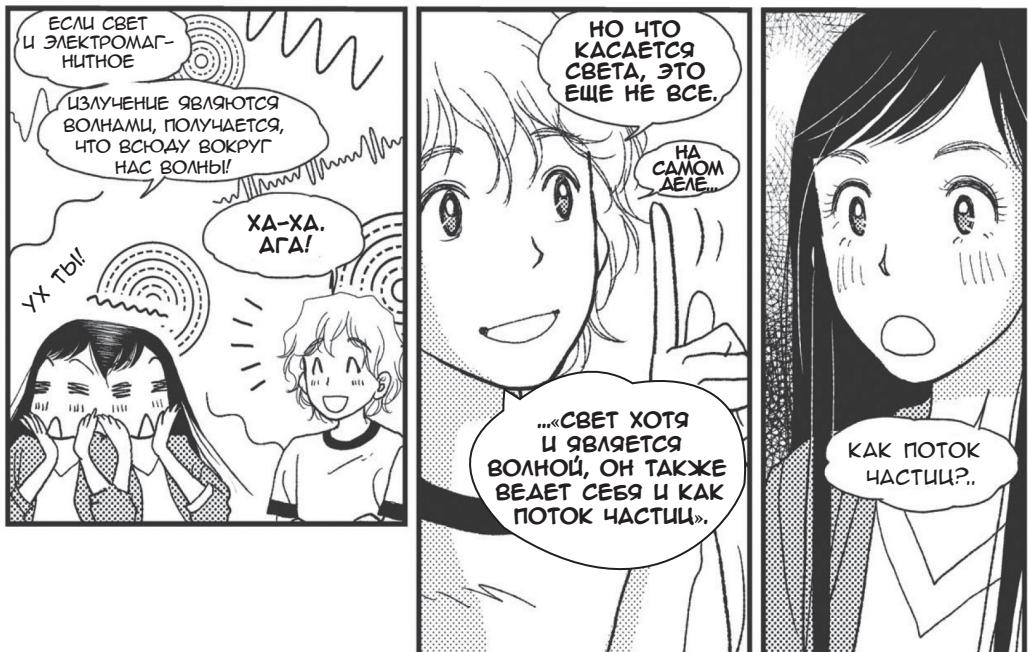
...И ВЫЧИСЛИТЬ АЛЛИНА ВОЛНЫ.



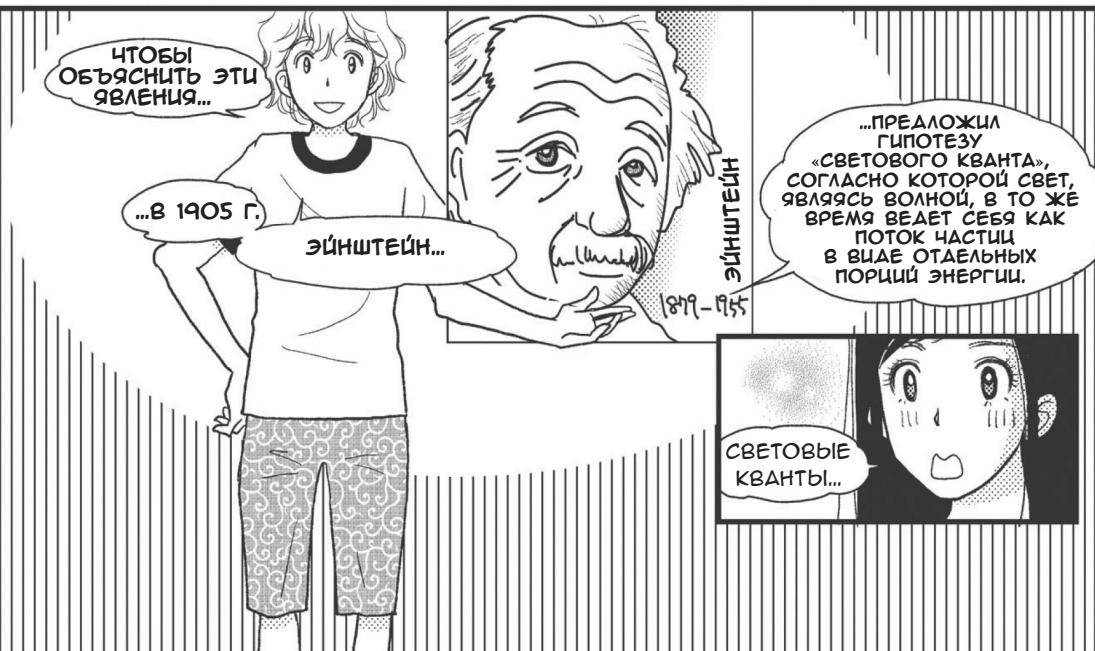


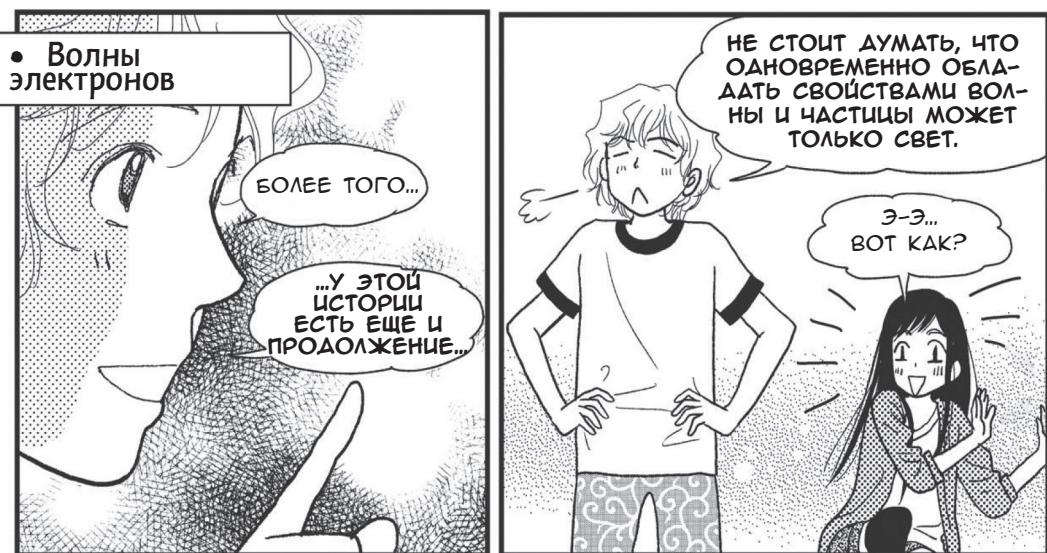
1 ГГц = 109 Гц (см. стр. 218 приложения А).

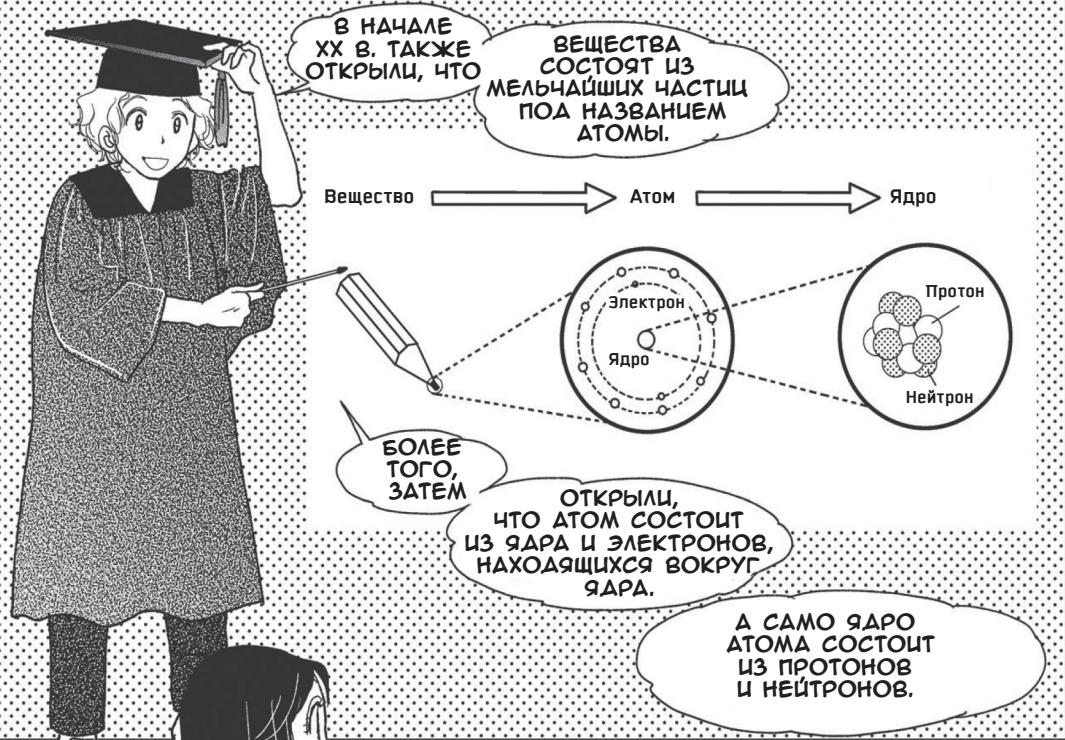
### 3. Всюду волны

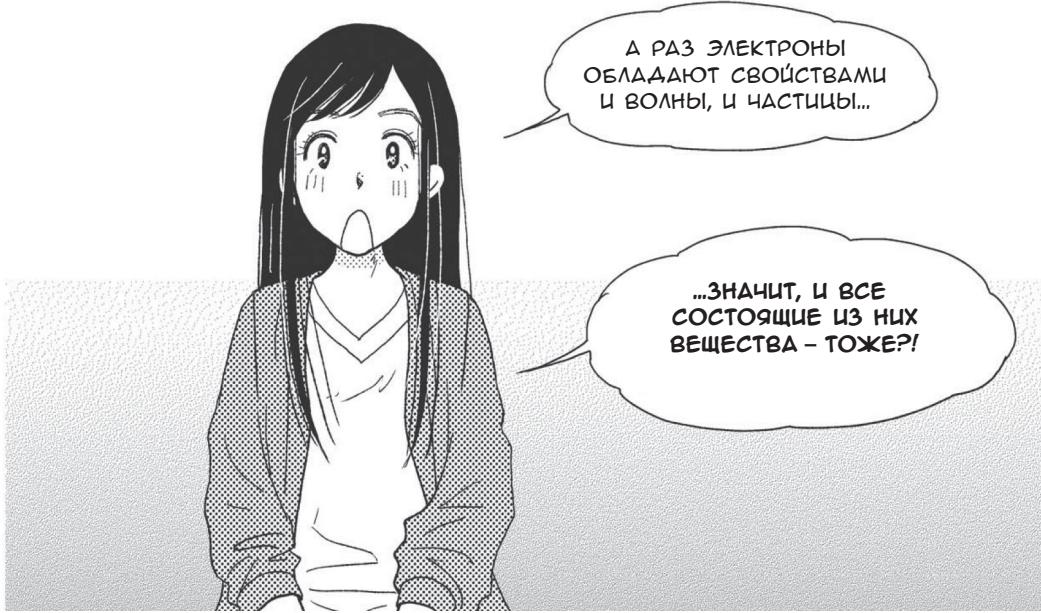


## • Квант света











## Дополнительный материал



### Энергия и интенсивность волны

Волна представляет собой явление передачи колебания в среде, а колебание как движение обладает физической энергией. Физическая энергия волнового движения прямо пропорциональна квадрату амплитуды. Это объяснялось в главе 2, и хотя можно точно вывести это на основе модели волны, полученной с помощью пружины с грузом, здесь мы остановимся на простом объяснении.

Если прикрепленный к одиночной пружине груз совершает простые колебания, то его физическая энергия равна его потенциальной энергии в момент максимального смещения груза. А поскольку потенциальная энергия пропорциональна квадрату смещения, то и энергия простых колебаний пропорциональна квадрату амплитуды. А так как волна может быть представлена моделью бесконечных простых колебаний, то **энергия волны пропорциональна квадрату ее амплитуды**.

Однако, так как волна распространяется по всей среде, то вся энергия волны будет тем больше, чем больше сама среда. Здесь естественно вспомнить о **плотности энергии**. В случае одноразмерной волны (например, в струне) плотность энергии – это энергия на единицу длины. А интенсивность волны – это энергия волны в единицу времени, проходящей через единицу площади. Как понятно из этого определения, скорость волны тоже пропорциональна квадрату амплитуды.



### В какой среде передаются электромагнитные волны?

До сих пор в этой книге мы говорили о том, что «волны – это явление распространения колебаний в среде». Говоря о волнах на воде, мы в качестве среды рассматривали воду, а когда речь шла о звуковых волнах, средой был воздух. А в какой же среде распространяются электромагнитные волны (свет)?

Свет от далеких звезд достигает нашей Земли, проходя через космическое пространство, в котором практически не существует никакой среды. Следовательно, если мы считаем, что свет – это волна, передающая колебания среды, то в пространстве без атомов и молекул, то есть в вакууме, все равно должна быть какая-то среда. Эту неизвестную среду назвали **эфир**. Однако все опыты по проверке существования эфира полностью провалились. Затем появилась теория относительности Эйнштейна, которая показала, что и без существования эфира тут нет никакого противоречия физическим законам. И идею эфира отбросили за ненадобностью.

Другими словами, стало ясно, что свет – это волна, которой не требуется среда<sup>1</sup>.

В настоящее время известно, что не только свет, но и все фундаментальные частицы проходят через вакуум, т. е. передача таких волн возможна и без среды. Так что свет не является чем-то особенным.

То, что фундаментальные частицы, включая свет (фотоны), обладают одновременно свойствами волн, и свойствами частиц, является базовой теорией современной физики, квантовой механики и теории квантового поля. Более того, в рамках теории квантового поля вакуум не является пространством, где ничего нет, но в нем рождаются и исчезают всевозможные фундаментальные частицы, начиная с фотонов. То есть вакуум является пространством с большим количеством скрытых возможностей.

## Дополнительный материал. Повышенный уровень



### Сферические волны

Как уже было объяснено в разделе о звуковых волнах, в трехмерном пространстве изотропные волны (волны, равномерно расходящиеся в разных направлениях) из точечного источника становятся сферическими волнами. Если длина волны – это  $\lambda$  (м), частота колебаний сферической волны –  $f$  (Гц), расстояние от центра –  $r$  (м), а время –  $t$  (с), то:

$$u(r,t) = \frac{A}{r} \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}r - 2\pi ft\right). \quad (1)$$

Эта формула описывает не только смещение среды, но и может выражать в целом меняющиеся при волновом движении параметры<sup>2</sup>, например в случае звуковой волны изменение давления или изменение плотности. Рассмотрим колебания в источнике волны, т. е. при  $r = 0$  (м) получаем формулу простых колебаний:

$$u(0,t) = \frac{2\pi A}{\lambda} \sin(2\pi ft). \quad (2)$$

Для чего была использована математическая формула:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1. \quad (3)$$

Теперь, так как плотность энергии волны пропорциональна квадрату ее амплитуды, плотность энергии сферической волны равна  $(A/r)^2$ , т. е. обратно пропорциональна квадрату расстояния.

<sup>1</sup> Как мы видели на примере волны, издаваемой струной, как и любой звуковой волны, скорость волны определяется свойствами среды. Однако скорость света в вакууме является постоянной, и среда не считается необходимой.

<sup>2</sup> Если в формуле  $u(r, t)$  изменить физическую величину, то изменится и размерность (единицы измерения), но эти различия можно включить в коэффициент  $A$ .



## Интерференция сферических волн

Используя формулы, подумаем над интерференцией сферических волн. Если в формуле (1) использовать координаты в трехмерном пространстве ( $x, y, z$ ), то  $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ , а значит, получим:

$$u(x, y, z, t) = \frac{A}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} - 2\pi ft\right). \quad (4)$$

В формуле ниже  $z = 0$ , т. е. представлена функция для плоскости:

$$u(x, y, t) = \frac{A}{\sqrt{x^2 + y^2}} \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{x^2 + y^2} - 2\pi ft\right). \quad (5)$$

Теперь представим две сферические волны  $u_1(x, y, z)$  и  $u_2(x, y, z)$ , исходящие из точечного источника и находящиеся друг от друга на расстоянии  $d$  по направлению к  $y$ . Тогда если координаты источника волн  $(0 + d/2)$ , то волна, образованная в результате наложения синфазных волн, будет описываться формулой (5), где  $y$  заменяется на  $y + d/2$ :

$$\begin{aligned} u(x, y, t) &= u_1(x, y, t) + u_2(x, y, t) = \frac{A}{\sqrt{x^2 + \left(y - \frac{d}{2}\right)^2}} \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{x^2 + \left(y - \frac{d}{2}\right)^2} - 2\pi ft\right) \\ &= \frac{A}{\sqrt{x^2 + \left(y - \frac{d}{2}\right)^2}} \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{x^2 + \left(y - \frac{d}{2}\right)^2} - 2\pi ft\right) = \frac{A}{\sqrt{x^2 + \left(y + \frac{d}{2}\right)^2}} \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{x^2 + \left(y + \frac{d}{2}\right)^2} - 2\pi ft\right). \end{aligned} \quad (6)$$

В этой формуле содержится информация об интерференции сферических волн, которую мы изучили в манге. Например, в середине прямой, соединяющей источники волн, всегда происходит взаимное усиление. Если же в формуле (6) подставить  $y = 0$ , то получим:

$$\begin{aligned} u(x, 0, t) &= \frac{A}{\sqrt{x^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2}} \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{x^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2} - 2\pi ft\right) + \frac{A}{\sqrt{x^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2}} \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{x^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2} - 2\pi ft\right) = \\ u(x, 0, t) &= \frac{2A}{\sqrt{x^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2}} \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{x^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2} - 2\pi ft\right). \end{aligned}$$

И в самом деле, происходит синфазное наложение, т. е. взаимное усиление.

Теперь рассмотрим наложение в противофазе. Тогда второе  $A$  заменим на  $-A^3$ . И при  $y = 0$  получим, что  $u(x, 0, t) = 0$ , т. е. происходит взаимное нивелирование.

<sup>3</sup> В общем случае, когда имеются волны с разными фазами, к функции  $\sin$  добавляется фазовый фактор.



## Корпускулярная и волновая природа

Как мы изучили в манге, все фундаментальные частицы ведут себя и как частицы, и как волны. Попробуем это рассмотреть на простых формулах.

Частица – это некий неделимый объект, обладающий энергией и импульсом. В противоположность этому волна – это колебательный процесс, распространяющийся в пространстве, обладающий частотой и длиной волны. Параметры частиц и волн связаны между собой формулами, представленными в табл. 1, посредством **постоянной Планка  $h$** .

**Таблица 1. Формулы, связывающие частицы и волны**

Параметры частиц	Формулы	Параметры волн
Энергия $E$	$E = hf$	Частота колебаний $f$
Импульс $p$	$p = h/\lambda$	Длина волны $\lambda$

Из формул в табл. 1 следует:

- (1) энергия частиц пропорциональна частоте колебаний волн;
- (2) импульс частиц обратно пропорционален длине волны (называемой **дебройлевской длиной волны**).

Коэффициент пропорциональности в обоих случаях – это постоянная Планка:

$$h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ м}^2 \text{ кг / с},$$

являющаяся очень маленькой величиной. Поэтому хотя и можно сказать, что «все является волнами», но крупные объекты вроде человека не проявляют свойства волн.

Например, возьмем человека весом 50 кг, бегущего со скоростью 10 м/с. Тогда рассчитаем дебройлевскую длину волны, используя формулу  $p = h/\lambda$ :

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{6.6 \times 10^{-34}}{50 \times 10} = 1.32 \times 10^{-36} \text{ м.}$$

Получается чрезвычайно маленькое значение. Подумаем, насколько же оно мало? Размер атома равен приблизительно  $10^{-10}$  м, а размер ядра атома –  $10^{-15}$  м. Радиус Земли равен приблизительно 6400 км =  $6,6 \times 10^6$  м. Поэтому порядок отношения величины ядра атома к величине Земли равен  $10^{-15}/10^6 = 10^{-21}$ . С другой стороны, порядок отношения длины дебройлевской волны человека к величине ядра атома тоже равен  $10^{-36}/10^{-15} = 10^{-21}$ . Следовательно, отношение величины ядра атома к величине дебройлевской волны человека практически такое же, как отношение величины Земли к величине ядра атома. Значит, влияние длины волны человека несущественно даже на микроскопическом уровне атомных ядер.

## Дополнительный материал. Экспертный уровень



### Уравнение энергии волны

Выведем уравнение энергии волны. За основу возьмем механическую энергию простых колебаний пружины, имеющей коэффициент упругости  $k$ , с прикрепленным к ней грузом весом  $m$ . Если растяжение пружины обозначим  $y$ , а механическую энергию простых колебаний –  $E$ , то получим:

$$E = \frac{1}{2}m\left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \frac{1}{2}ky^2. \quad (1)$$

(Подробнее про это можно посмотреть, например, в книге «Разбираемся с помощью манги. Физика. Механика».)

А теперь рассмотрим механическую энергию для модели, когда пружины и грузы соединены между собой (их физические параметры остаются прежними), как мы делали в разделе «Дополнительный материал. Экспертный уровень» главы 2. Прежде всего подумаем об энергии движения. Если обозначить энергию движения груза  $n$  как  $K$ , то получим:

$$K = \frac{1}{2}m\left(\frac{dy_n}{dt}\right)^2. \quad (2)$$

Введем замену  $y_n = u(x, t)$ :

$$K = \frac{1}{2}\rho d\left(\frac{\partial u(x, t)}{\partial t}\right)^2. \quad (3)$$

Здесь мы заменили вес  $m$  на  $\rho d$ , где  $\rho$  – линейная плотность, а  $d$  – расстояние между грузами. Кроме того, при замене  $y_n = u(x, t)$  знак дифференциала меняется на знак частной производной.

Теперь подумаем о потенциальной энергии. Уравнение движения для груза  $n$  было таким:

$$m\frac{d^2y_n}{dt^2} = \frac{T}{d}(y_{n+1} - y_n) + \frac{T}{d}(y_{n-1} - y_n). \quad (4)$$

Из формулы (4) понятно, что коэффициенту упругости соответствует величина  $T/d$ . Кроме того, нужно учитывать, что потенциальная энергия  $V$  груза  $n$  будет подвергаться влиянию пружин с обеих сторон. И эти пружины также будут влиять на потенциальную энергию грузов  $n + 1$ . Поэтому на потенциальную энергию груза  $n$  будет приходиться по половине этих влияний. То есть получим:

$$V = \left[ \frac{1}{2} \frac{T}{d} (y_{n+1} - y_n)^2 + \frac{1}{2} \frac{T}{d} (y_{n-1} - y_n)^2 \right] \times \frac{1}{2}. \quad (5)$$

Здесь  $y_n = u(x, t)$ ,  $y_{n+1} = u(x + d, t)$ , где  $d \ll x$ . А значит:

$$y_{n\pm 1} - y_n = \frac{u(x \pm d, t) - u(x, t)}{d} d \cong \pm \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} d. \quad (6)$$

В формулу (5) подставим формулу (6) и получим:

$$V = \frac{1}{2} T \left( \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} \right)^2 d. \quad (7)$$

Следовательно, механическая энергия равна сумме формул (3) и (7), т. е.

$$K + V = \left[ \frac{1}{2} \rho \left( \frac{\partial u(x, t)}{\partial t} \right)^2 + \frac{1}{2} T \left( \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} \right)^2 \right] d. \quad (8)$$

Формула (8) выражает механическую энергию одного груза. Длина, которую занимает один груз по оси  $x$ , равна  $d$ . Поэтому если разделить уравнение (8) на  $d$ , то выведем энергию на единицу длины, другими словами, получим плотность энергии  $U$ :

$$U = \frac{1}{2} \rho \left( \frac{\partial u(x, t)}{\partial t} \right)^2 + \frac{1}{2} T \left( \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} \right)^2. \quad (9)$$



## Энергия синусоидальной волны

Как было объяснено выше, энергия волны пропорциональна квадрату ее амплитуды. Проверим это для синусоидальной волны:

$$u(x, t) = A \sin \left( \frac{2\pi}{\lambda} x - 2\pi f t \right). \quad (10)$$

Подставим в уравнение плотности энергии (9) формулу (10) и вычислим:

$$U = \frac{1}{2} \rho \left[ \frac{\partial}{\partial t} A \sin \left( \frac{2\pi}{\lambda} x - 2\pi f t \right) \right]^2 + \frac{1}{2} T \left[ \frac{\partial}{\partial x} A \sin \left( \frac{2\pi}{\lambda} x - 2\pi f t \right) \right]^2. \quad (11)$$

Используем формулу скорости поперечной волны в струне  $T/\rho = v^2$  и формулу  $v = f\lambda$ , из которых следует, что  $T/\lambda = \rho f^2$ . Тогда формулу (11) можно представить так:

$$U = (2\pi f A)^2 \rho \cos^2 \left( \frac{2\pi}{\lambda} x - 2\pi f t \right). \quad (12)$$

Из формулы (12) ясно видно, что плотность энергии волны пропорциональна квадрату амплитуды  $A$ . Кроме того, в случае синусоидальной волны получается, что плотность энергии также пропорциональна квадрату частоты колебаний  $f$ . Другими словами, при одинаковой амплитуде чем выше частота колебаний, тем больше энергия. Если это перефразировать, то получается, что для создания волны с большей частотой требуется большее количество энергии.

# Приложение А. Единицы измерения



## Основные и производные единицы измерения

Единицы измерения физических величин придумываются людьми, но если в разных странах будут пользоваться разными единицами измерения, то это будет весьма неудобно для сравнения величин. Поэтому была предложена система единиц измерения СИ (от французского Système International (SI) – «международная система единиц»).

В системе СИ используются **основные единицы измерения** физических величин, которые представлены в табл. 1. Кроме них, применяются **вспомогательные единицы измерения** углов – радиан (рад.) и для телесных углов – стерадиан (ср.). Прочие единицы измерения называются **производными**, и они получены вследствие умножения и/или деления основных единиц измерения. Использованные в данной книге производные единицы измерения представлены в табл. 2.

**Таблица 1. Основные единицы измерения СИ**

Физическая величина	Название единицы измерения	Обозначение
Длина	Метр	м
Время	Секунда	с
Вес	Килограмм	кг
Сила электрического тока	Ампер	А
Температура	Кельвин	К
Сила света	Кандела	кд
Количество вещества	Моль	моль

**Таблица 2. Примеры производных единиц измерения**

Физическая величина	Название единицы измерения	Обозначение	Представление в основных единицах измерения
Частота колебаний	Герц	Гц	1/с
Сила	Ньютон	Н	кг·м/с <sup>2</sup>
Давление	Паскаль	Па	кг/м·с <sup>2</sup> (Н/м <sup>2</sup> )
Энергия	Джоуль	Дж	кг·м <sup>2</sup> /с <sup>2</sup>
Мощность	Ватт	Вт	кг·м <sup>2</sup> /с <sup>3</sup> (Дж/с)

Кроме того, есть физические величины без единиц измерения. Они называются **безразмерными величинами**. Примером такой безразмерной величины является показатель пре-ломления  $n$ .

Когда формула сложная, то отношение между единицами измерения тоже становится сложным, и бывает такое, что, просто взглянув на формулу, нельзя понять, все ли правильно с единицами измерения. В таких случаях формулу можно проверить, подсчитав единицы измерения. Рассмотрим это на примере уже изученных нормальных колебаний струны. Если струна с линейной плотностью  $\rho$  (кг/м) растягивается с силой  $T$  (Н), то скорость проходящей через нее поперечной волны будет:

$$v = \sqrt{\frac{T}{\rho}}.$$

Удовлетворимся, что единицей измерения скорости в таком случае будет действительно м/с. Чтобы найти единицу измерения  $(T/\rho)$ , подставим в дробь единицы измерения этих величин:

$$\left[ \frac{T}{\rho} \right] = \left[ \frac{H}{\kappa g / M} \right] = \left[ \frac{\kappa g \text{ м/с}^2}{\kappa g / M} \right] = \left[ M^2 / c^2 \right].$$

Следовательно, если из полученного результата извлечь корень, получим как раз м/с, т. е. единицу измерения скорости.



## Обозначения и названия значений, кратных 10

В этой книге несколько раз встречались названия кратных десяти величин, например микрометр ( $1 \text{ мкм} = 10^{-6} \text{ м}$ ) или километр ( $1 \text{ км} = 10^3 \text{ м}$ ). В табл. 3 представлены основные обозначения и названия значений, кратных 10.

**Таблица 3. Основные обозначения и названия значений, кратных 10**

Число, кратное 10	Название	Обозначение
В миллиард раз ( $10^9$ )	Гига	Г
В миллион раз ( $10^6$ )	Мега	М
В 1000 раз ( $10^3$ )	Кило	к
В 100 раз ( $10^2$ )	Гекто	г
В 10 раз ( $10^1$ )	Дека	дк
Одна десятая часть ( $10^{-1}$ )	Деци	д
Одна сотая часть ( $10^{-2}$ )	Санти	с
Одна тысячная часть ( $10^{-3}$ )	Мили	м
Одна миллионная часть ( $10^{-6}$ )	Микро	мк
Одна миллиардная часть ( $10^{-9}$ )	Нано	н



## Децибелы

Многие люди слышали, что громкость звука измеряется в децибелах (дБ), не так ли? Но хотя децибелами измеряют не только громкость звука, здесь мы остановимся на простом объяснении этой единицы измерения на примере звука.

Человеческое ухо – очень чувствительный «детектор» звуков. Оно может воспринимать изменение атмосферного давления вследствие звуковых волн (**звуковое давление**) весьма широкого диапазона – от  $10^{-5}$  до  $10^1$  Па. Известно, что восприятие громкости звука не пропорционально ни звуковому давлению, ни интенсивности звука, а пропорционально их логарифму. Отражающий это показатель «громкости» звука называется **уровнем звукового давления**, и его единицей измерения являются децибелы (дБ). Уровень звукового давления описывается следующей формулой:

$$L[\text{дБ}] = 20 \log_{10} \left( \frac{P}{P_0} \right).$$

Здесь  $P_0 = 20 \times 10^{-6}$  Па и соответствует самому низкому звуковому давлению, воспринимаемому на слух (это примерно равно звуковому давлению от летящего на расстоянии нескольких метров комара). Тут надо обратить внимание, что изменение уровня звукового давления в децибалах в 2, 3 и т. д. раз означает экспоненциальное изменение самого звукового давления, т. е. его возвведение в квадрат, куб и т. д. Это становится понятно, если преобразовать формулу уровня звукового давления следующим образом:

$$\frac{P}{P_0} = 10^{\frac{L}{20}}.$$

Разница в уровне звукового давления между шепотом (примерно 30 дБ) и шумным семейным рестораном (примерно 70 дБ) составляет всего 40 дБ. Однако звуковое давление при этом будет отличаться в  $10^2$  раз, а интенсивность звука (пропорциональна квадрату звукового давления) в  $10^4$  раз, то есть аж в 10 000 раз!

## Приложение В. Математическая справка



### Ряд Тейлора

Формула ряда Тейлора выглядит так:

$$f(a+x) = f(a) + f^{(1)}(a)x + \frac{1}{2}f^{(2)}(a)x^2 + \frac{1}{6}f^{(3)}(a)x^3 + \dots \quad (1)$$

Здесь  $f^{(n)}(a)$  – это дифференциал  $n$ -й степени функции  $f(x)$ , при  $x = a$ :

$$f^{(n)}(a) = \frac{d^n f(x)}{dx^n} \Big|_{x=a}.$$

Ряд Тейлора – это возможность представления любой функции  $f(x)$  в точке  $x = a + x$  как суммы функции  $f(a)$  и ее производных в этой точке. Хотя формула (1) представляет собой бесконечную прогрессию, но на практике в физике, при условии что  $x \ll 1$ , часто используется приближенное значение функции  $f(a+x)$ , включающее только первые 2–3 члена прогрессии. Так, в главе 3 при выводении уравнения волнового движения был использован ряд Тейлора до 3-го члена.

Хотя доказательство общей формулы ряда Тейлора не такое уж и сложное, это довольно долгий процесс. Поэтому здесь мы выведем только самые простые аппроксимированные формулы до 2-го порядка, которые использовались в данной книге.

#### (i) Аппроксимированная формула 1-го порядка

Из определения производной следует:

$$f'(a) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x+a) - f(a)}{x}. \quad (3)$$

Однако  $f^{(1)}(a) = f'(a)$ . Значит, при  $x \ll 1$  средняя скорость изменения производной будет приблизительно равна:

$$f'(a) \cong \frac{f(x+a) - f(a)}{x}. \quad (4)$$

Преобразовав формулу (3), получим:

$$f(x+a) \cong f(a) + f'(a)x. \quad (5)$$

Если сравнить полученную формулу с формулой (1), видно, что мы получили аппроксимированную формулу ряда Тейлора до 1-го члена прогрессии.

## (ii) Аппроксимированная формула 2-го порядка

Приближение 2-го порядка включает вторую производную, поэтому начнем с формулы:

$$f''(a) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x+a) - f'(a)}{x}. \quad (6)$$

Однако  $f^{(2)}(a) = f''(a)$ . Значит, при  $x \ll 1$  средняя скорость изменения функции (6) будет приблизительно равна:

$$f''(a) \cong \frac{f'(x+a) - f'(a)}{x}. \quad (7)$$

Более того, так как мы хотим аппроксимировать через среднюю скорость изменения функции  $f'(a)$  и  $f'(x+a)$ , то, сведя все только к функциям  $f(a)$  и  $f(x+a)$ , получим ту же точность, что для аппроксимации 1-го порядка. Здесь в

$$f'(x+a) \cong \frac{f(x+a) - f(x/2+a)}{x/2} \quad (8)$$

и

$$f'(a) \cong \frac{f(x/2+a) - f(a)}{x/2} \quad (9)$$

используется значение функции  $f(x/2 + a)$  в точке, находящейся посередине между  $x = a$  и  $x = x + a$ , что повышает точность аппроксимации. Подставим формулы (8) и (9) в формулу (7) и получим:

$$\begin{aligned} f''(a) &\cong \frac{1}{x} \left[ \frac{f(x+a) - f(x/2+a)}{x/2} - \frac{f(x/2+a) - f(a)}{x/2} \right] = \\ &= \frac{1}{(x^2/2)} [f(x+a) - 2f(x/2+a) + f(a)]. \end{aligned} \quad (10)$$

Так как в формуле (10) нам надо избавиться от  $f(x/2 + a)$ , используем формулу (5) ряда Тейлора до 1-го порядка. Другими словами:

$$f\left(\frac{x}{2} + a\right) \cong f(a) + f'(a)\frac{x}{2}$$

подставим в формулу (10) и получим:

$$f''(a) \cong \frac{1}{(x^2/2)} [f(x+a) - 2f(a) - f'(a)x + f(a)]. \quad (11)$$

Преобразовав формулу (11), получим:

$$f(x+a) \cong f(a) + f'(a)x + f''(a)\frac{x^2}{2} \quad (12)$$

– аппроксимированную формулу ряда Тейлора 2-го порядка.

Формула (12) была использована в дополнительном материале экспериментального уровня к главе 3 в процессе выведения уравнения волнового движения:

$$u(x \pm d, t) \cong u(x, t) + \frac{\partial u(x, t)}{\partial x}(\pm d) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2}(\pm d)$$

(см. стр. 144). Формула выше является разложением в ряд Тейлора функции 2 переменных  $u(x, t)$ . В случае разложения функции с несколькими переменными, если считать за константы все переменные, кроме той, по которой происходит разложение в ряд, ряд Тейлора будет абсолютно таким же, как в случае с одной переменной. Это ясно и из приведенной выше формулы. Однако в случае разложения в ряд Тейлора функции с несколькими переменными знак дифференциала меняется на знак частной производной, как это и показано в формуле выше. Ряд Тейлора использовался в данной книге также в формуле

$$\sqrt{1+x} \cong 1 + \frac{1}{2}x. \quad (13)$$

Если в формуле (13) использовать формулу

$$\frac{dx^p}{dx} = px^{p-1},$$

где  $p$  – вещественное число, то функция  $(1+x)^p$  по аппроксимации ряда Тейлора 1-го порядка будет:

$$(1+x)^p \cong 1 + px.$$

При  $p = 1/2$  получим исходную функцию.



## Решение задачи со стр. 95

Покажем, что для произвольных функций  $f(x)$  и  $g(x)$  функция

$$u(x, t) = f(x - vt) + g(x + vt) \quad (14)$$

удовлетворяет условиям волнового уравнения:

$$\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2}; \quad (15)$$

$$X = x - vt.$$

Так как

$$\frac{\partial X}{\partial x} = 1, \quad \frac{\partial X}{\partial t} = -v,$$

поэтому

$$\frac{\partial f(x - vt)}{\partial x} = \frac{df(X)}{dX} \frac{\partial X}{\partial x} = \frac{df(X)}{dX}, \quad \frac{\partial^2 f(x - vt)}{\partial x^2} = \frac{d^2 f(X)}{dX^2}$$

и

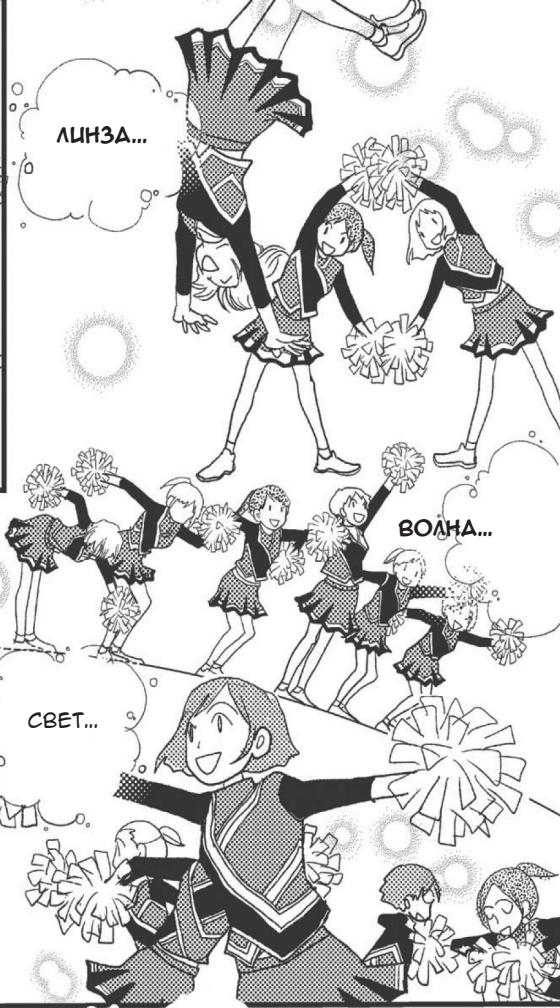
$$\frac{\partial f(x - vt)}{\partial t} = \frac{df(X)}{dX} \frac{\partial X}{\partial t} = -v \frac{df(X)}{dX}, \quad \frac{\partial^2 f(x - vt)}{\partial t^2} = (-v)^2 \frac{d^2 f(X)}{dX^2}.$$

Следовательно:

$$\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 f(x - vt)}{\partial t^2} = \frac{d^2 f(X)}{dX^2} = \frac{\partial^2 f(x - vt)}{\partial x^2}.$$

Значит, функция  $f(x - vt)$  удовлетворяет условиям волнового уравнения (15). Абсолютно аналогично это доказывается и для функции  $g(x + vt)$ . Из линейности волнового уравнения следует (см. стр. 94 «Принцип суперпозиции и уравнение волнового движения»), что и сумма этих двух функций  $u(x, t)$ , представленная формулой (14), будет удовлетворять условиям уравнения (15).





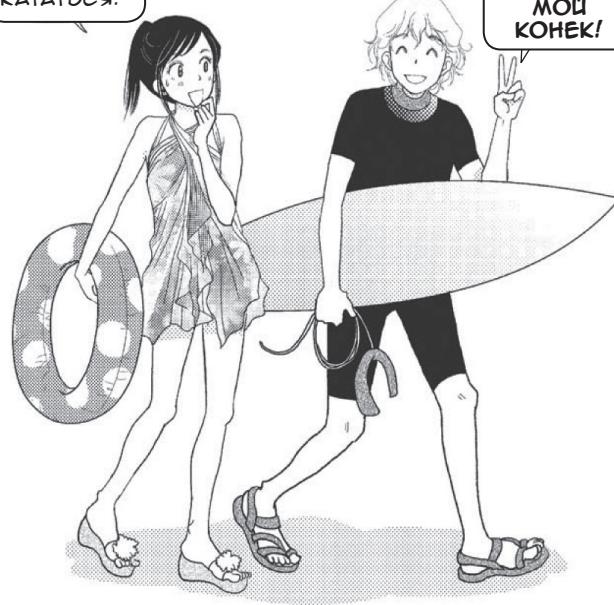
# ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

Адиабатическое изменение .....	146	Оптическая разность хода .....	201
Амплитуда колебаний .....	80	Основные единицы измерения .....	217
Безразмерные величины .....	218	Открытая труба .....	125
Видимый свет .....	35	Относительный показатель преломления .....	39
Воздушный столб .....	124	Отражение от свободного конца .....	
Волна .....	7	Отражения от закрепленного конца .....	77
Волна с закрепленными концами .....	77	Отраженная волна .....	77
Волновое движение .....	47	Падающая волна .....	77
Время .....	53	Период .....	77
Вторичная радуга .....	42	Плотность энергии .....	55
Вынужденные колебания .....	108	Поглощение .....	211
Высота звука .....	122	Полное отражение .....	16
Громкость звука .....	111	Положение равновесия .....	80
Де Бройль .....	208	Поперечная волна .....	65
Децибел .....	219	Постоянная Планка .....	214
Диапазон слуха .....	117	Преломление света .....	16
Дисперсия .....	29	Призма .....	24
Дифракция волны .....	181	Принцип суперпозиции .....	94
Длина волны .....	55	Продольная волна .....	65
Единицы измерения СИ .....	217	Производные единицы измерения .....	217
Закон отражения .....	35	Пространственные координаты .....	53
Закон преломления .....	38	Противофаза .....	74
Закон Снеллиуса .....	38	Пружина .....	105
Закон сохранения массы .....	143	Равномерно темперированный строй .....	139
Закон Хаббла .....	176	Радиан .....	217
Закрытая труба .....	127	Рассеяние света .....	11
Звуковая волна .....	100	Резонанс .....	110
Звуковое давление .....	219	Свечение Черенкова .....	177
Измеритель скорости .....	165	Синусоида .....	55
Интенсивность волны .....	211	Синфазность .....	74
Интерференция волны .....	181	Скорость звука .....	116
Инфракрасное излучение .....	35	Смещение .....	52
Кварк .....	210	Сферические волны .....	104
Компенсация свободного конца .....	143	Тембр звука .....	111
Конус Маха .....	177	Тепловая энергия .....	16
Коэффициент упругости .....	93	Угловая частота .....	82
Критический угол .....	20	Угол отражения .....	15
Максвелл .....	206	Угол падения .....	15
Натуральный строй .....	138	Ударная волна .....	176
Начальная фаза колебаний .....	82		
Независимость волн .....	70		
Нормальные колебания .....	71		

Уединенная волна .....	50	Функция синуса.....	81
Ультрафиолетовое излучение .....	35	Частота волны .....	55
Уравнение волнового движения.....	91	Частота колебаний .....	55
Уравнение движения .....	79	Частота нормальных колебаний .....	126
Уравнение скорости поперечной волны в струне .....	137	Шредингер.....	209
Фаза .....	74	Эйнштейн .....	206
Фокус.....	26	Электромагнитная волна .....	33
Фокусное расстояние .....	26	Энергия движения атомов .....	34
Формула линзы .....	39	Энергия движения электронов .....	34
Фотон .....	207	Энергия света .....	34
Фундаментальные частицы .....	210	Эфир .....	211
Функция косинуса .....	81	Эффект Доплера.....	149
		Юнг .....	92

ТЫ И НА  
СЕРФЕ  
УМЕЕШЬ  
КАТАТЬСЯ?

ВОЛНЫ -  
МОЙ  
КОНЕК!



Книги издательства «ДМК Пресс» можно заказать  
в торгово-издательском холдинге «Планета Альянс» наложенным платежом,  
выслав открытку или письмо по почтовому адресу:

115487, г. Москва, 2-й Нагатинский пр-д, д. 6А.

При оформлении заказа следует указать адрес (полностью), по которому  
должны быть высланы книги; фамилию, имя и отчество получателя.

Желательно также указать свой телефон и электронный адрес.

Эти книги вы можете заказать и в интернет-магазине: [www.a-planeta.ru](http://www.a-planeta.ru).

Оптовые закупки: тел. (499) 782-38-89.

Электронный адрес: [books@aliens-kniga.ru](mailto:books@aliens-kniga.ru).

Нитта Хидео (автор), Фукамори Аки (художник)

## Занимательная физика. Свет, звук, волны

### Манга

Главный редактор *Мовчан Д. А.*

[dmkpress@gmail.com](mailto:dmkpress@gmail.com)

Редактор *Петровичева М. Е.*

Перевод *Плеханова С. Л.*

Корректоры *Ганюшина Е. А, Синяева Г. И.*

Верстка *Луценко С. В.*

Дизайн обложки *Мовчан А. Г.*

Формат 70×90 1/16.

Гарнитура Anime Ace. Печать офсетная.

Усл. п. л. 17,4. Тираж 500 экз.

Веб-сайт издательства [www.dmkpress.com](http://www.dmkpress.com)

Отпечатано в ООО «Принт-М»

142300, Московская обл., Чехов, ул. Полиграфистов, 1