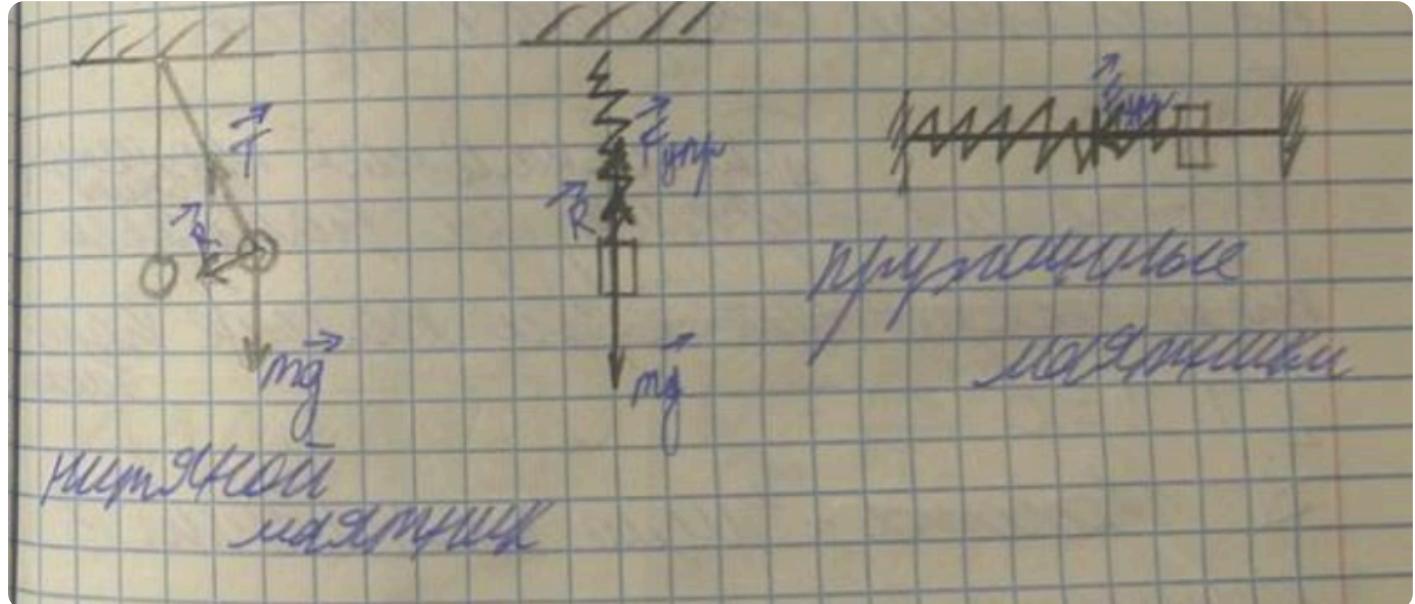


Математические колебания. Виды колебаний

- **Механические колебания** - движения, которые точно или приблизительно повторяются с течением времени.
- **Колебательная система** - совокупность тел, в которой могут происходить свободные колебания.
- **Внутренние силы** - силы, действующие между телами системы.
- **Внешние силы** - силы, действующие на тела системы со стороны тел, не входящих в состав системы.
- **Виды колебаний:**
 - **Свободные** - колебания, происходящие только под действием внутренних сил, после того, как система выведена из положения равновесия.
 - **Вынужденные** - колебания, происходящие под действием внешней периодически изменяющейся силы.
- **Условия существования свободных колебаний:**
 1. В системе должно существовать состояние устойчивого равновесия
 2. Система должна обладать начальным запасом избыточной энергии.
 3. При выведении системы из равновесия должна возникать равнодействующая сил, направленная к положению равновесия.
 4. Сила трения равна нулю.
- **Кинематические системы:**



- **Маятник** - твёрдое тело, совершающее колебания около неподвижной точки или вокруг оси.
- **Математический маятник** - физическая модель кинематической системы, материальная точка, подвешенная на невесомой нерастяжимой нити

Величины, характеризующие колебательное движение

- x - смещение - отклонение тела от положения равновесия
 $[x] = \text{м}$
- x_m - амплитуда колебаний - модуль наибольшего смещения тела
 $[x_m] = \text{м}$
- T - период - минимальный промежуток времени, за которое тело совершил одно полное колебание
 $[T] = \text{с}$
- ν - частота - число колебаний в единицу времени
 $[\nu] = \text{с}^{-1} = \text{Гц}$

$$T = \frac{1}{\nu}; \quad \nu = \frac{1}{T}$$

Если за t совершено N колебаний:

$$T = \frac{t}{N}; \quad \nu = \frac{N}{t}$$

- ω - циклическая частота - число колебаний за 2π секунд
- 1 радиан - центральный угол, опирающийся на дугу, длиной равной радиусу окружности.
 $[\omega] = \frac{\text{рад}}{\text{с}} \text{ (радиан в секунду)}$
 $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$

Гармонические колебания. Уравнения гармонических колебаний

Схемы мне скринить впадлу)

- При механических колебаниях происходят периодические изменения координаты тела, скорости и ускорения, а также потенциальной и кинетической энергии.
- По закону сохранения энергии полная механическая энергия колебательной системы остаётся постоянной и в любой момент равна (при $F_{mp} = 0$):

$$W = W_k + W_n = W_{n_{max}} + W_{k_{max}} = \text{const}$$

$$W_{n_{max}} = \frac{kx_m^2}{2}$$

$$W_{k_{max}} = \frac{mv_m^2}{2}$$

$$W_n = \frac{kx^2}{2}$$

$$W_k = \frac{mv^2}{2}$$

$$x'' = -\omega_0^2 x \text{ - дифференциальное уравнение}$$

- ω_0 - частота свободных колебаний называется собственной частотой кинематической системы

Решение уравнения:

$$x = x_m \sin(\omega_0 t + \varphi_0) \text{ или } x = x_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

Уравнения гармонических колебаний

- **Гармонические колебания** - периодические изменения физической величины в зависимости от времени, происходящее по закону синуса или косинуса
-

Частота и период свободных колебаний

- Математический маятник:

$$\omega_0^2 = \frac{g}{l}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

- Пружинный маятник:

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$\varphi = \omega_0 t + \varphi_0$ - фаза колебаний - аргумент синуса или косинуса в уравнении гармонических колебаний.

φ_0 - начальная фаза - положение тела в начальный момент времени

- **Фаза колебаний** - физическая величина, определяющая состояние колебательной системы при заданной амплитуде в любой момент времени.

$$x = x_m \cos(\omega_0 t)$$

$$V = V_m \cos(\omega_0 t) \quad V_m = \omega_0 x_m$$

$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ - сдвиг фаз (разность фаз)

$$V = -V_m \sin(\omega_0 t)$$

$$a = -a_m \cos(\omega_0 t) \quad a_m = \omega_0 V_m = \omega_0^2 x_m$$

Вынужденные колебания. Резонанс

- **Затухающие колебания** - колебания с уменьшающейся амплитудой. Частота и период вынужденных колебаний равны частоте и периоду внешней периодически изменяющейся силой.
 - **Механический резонанс** - явление резкого возрастания амплитуды вынужденных колебаний при совпадении частоты вынуждающей силы с собственной частотой кинематической системы.
- $\omega = \omega_0$ - условие резонанса
-

Период колебаний маятника в подвижной системе отсчёта

- При ускорении вверх:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g+a}}$$

- При ускорении вниз:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g-a}}$$

- При и ускорении вбок:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{\sqrt{g^2+a^2}}}$$

Свободные электромагнитные колебания

- **Электромагнитные колебания** - периодические изменения заряда, силы тока и напряжения (и других электрических величин)
- **Колебательный контур** - простейшая система, состоящая из катушки индуктивности и конденсатора, в которой могут происходить свободные электромагнитные колебания.

Если $R = 0$, то полная электромагнитная энергия колебательного контура сохраняется

$W = W_{\vartheta} + W_M = W_{\vartheta_{max}} = W_{M_{max}} = const$ - закон сохранения энергии для электромагнитных колебаний

$$W_{\vartheta_{max}} = \frac{q_m^2}{2C}$$

$$W_{M_{max}} = \frac{LI_m^2}{2}$$

$$W_{\vartheta} = \frac{q^2}{2C}$$

$$W_M = \frac{Li^2}{2}$$

Уравнения, описывающие свободные электромагнитные колебания

$$\begin{aligned} V &= x' & i &= q' \\ a &= x'' & i' &= q'' \end{aligned}$$

$$q'' = -\frac{1}{LC}q$$

$$x'' = -\omega_0^2 x$$

$$q'' = -\omega_0^2 q$$

$T = 2\pi\sqrt{LC}$ - формула Томсона - период свободных электромагнитных колебаний

График гармонических колебаний

$$q = q_m \cos(\omega_0 t)$$

$$i = q' = -I_m \sin(\omega_0 t)$$

$$I_m = \omega_0 q_m$$