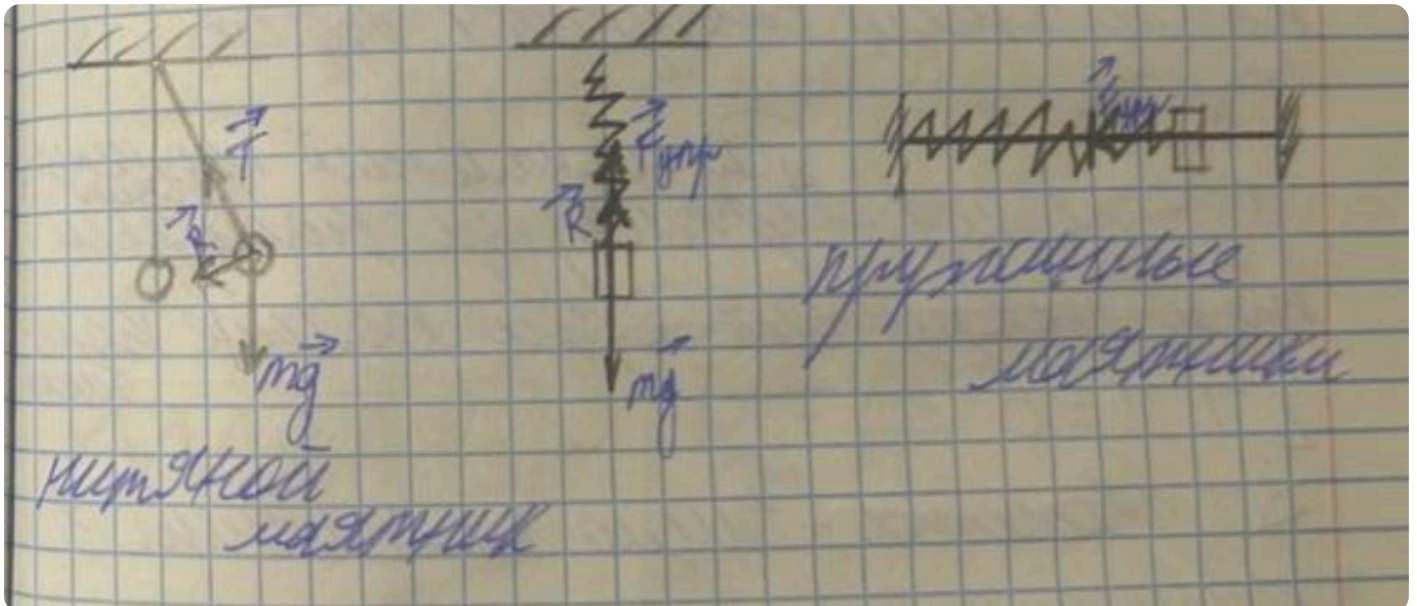


## Математические колебания. Виды колебаний

- **Механические колебания** - движения, которые точно или приблизительно повторяются с течением времени.
- **Колебательная система** - совокупность тел, в которой могут происходить свободные колебания.
- **Внутренние силы** - силы, действующие между телами системы.
- **Внешние силы** - силы, действующие на тела системы со стороны тел, не входящих в состав системы.
- **Виды колебаний:**
  - **Свободные** - колебания, происходящие только под действием внутренних сил, после того, как система выведена из положения равновесия.
  - **Вынужденные** - колебания, происходящие под действием внешней периодически изменяющейся силы.
- **Условия существования свободных колебаний:**
  1. В системе должно существовать состояние устойчивого равновесия
  2. Система должна обладать начальным запасом избыточной энергии.
  3. При выведении системы из равновесия должна возникать равнодействующая сил, направленная к положению равновесия.
  4. Сила трения равна нулю.
- **Кинематические системы:**



- **Маятник** - твёрдое тело, совершающая колебания около неподвижной точки или вокруг оси.
- **Математический маятник** - физическая модель кинематической системы, материальная точка, подвешенная на невесомой нерастяжимой нити

# Величины, характеризующие колебательное движение

- $x$  - смещение - отклонение тела от положения равновесия  
 $[x] = \text{м}$
- $x_m$  - амплитуда колебаний - модуль наибольшего смещения тела  
 $[x_m] = \text{м}$
- $T$  - период - минимальный промежуток времени, за которое тело совершит одно полное колебание  
 $[T] = \text{с}$
- $\nu$  - частота - число колебаний в единицу времени  
 $[\nu] = \text{с}^{-1} = \text{Гц}$

$$T = \frac{1}{\nu}; \quad \nu = \frac{1}{T}$$

Если за  $t$  совершено  $N$  колебаний:

$$T = \frac{t}{N}; \quad \nu = \frac{N}{t}$$

- $\omega$  - циклическая частота - число колебаний за  $2\pi$  секунд
  - 1 радиан - центральный угол, опирающийся на дугу, длиной равной радиусу окружности.  
 $[\omega] = \frac{\text{рад}}{\text{с}}$  (радиан в секунду)  
 $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$
- 

## Гармонические колебания. Уравнения гармонических колебаний

Схемы мне скринить впадлу)

- При механических колебаниях происходят периодические изменения координаты тела, скорости и ускорения, а также потенциальной и кинетической энергии.
- По закону сохранения энергии полная механическая энергия колебательной системы остаётся постоянной и в любой момент равна (при  $F_{mp} = 0$ ):

$$W = W_{\kappa} + W_n = W_{n_{max}} + W_{\kappa_{max}} = \text{const}$$

$$W_{n_{max}} = \frac{kx_m^2}{2}$$

$$W_{\kappa_{max}} = \frac{mv_n^2}{2}$$

$$W_n = \frac{kx^2}{2}$$

$$W_{\kappa} = \frac{mv^2}{2}$$

$x'' = -\omega_0^2 x$  - дифференциальное уравнение

- $\omega_0$  - частота свободных колебаний называется собственной частотой кинематической системы

Решение уравнения:

$$x = x_m \sin(\omega_0 t + \varphi_0) \quad \text{или} \quad x = x_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

Уравнения гармонических колебаний

- **Гармонические колебания** - периодические изменения физической величины в зависимости от времени, происходящее по закону синуса или косинуса
- 

## Частота и период свободных колебаний

- Математический маятник:

$$\omega_0^2 = \frac{g}{l}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

- Пружинный маятник:

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$\varphi = \omega_0 t + \varphi_0$  - фаза колебаний - аргумент синуса или косинуса в уравнении гармонических колебаний.

$\varphi_0$  - начальная фаза - положение тела в начальный момент времени

- **Фаза колебаний** - физическая величина, определяющая состояние колебательной системы при заданной амплитуде в любой момент времени.

$$x = x_m \cos(\omega_0 t)$$

$$V = V_m \cos(\omega_0 t) \quad V_m = \omega_0 x_m$$

$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$  - сдвиг фаз (разность фаз)

$$V = -V_m \sin(\omega_0 t)$$

$$a = -a_m \cos(\omega_0 t) \quad a_m = \omega_0 V_m = \omega_0^2 x_m$$

---

## Вынужденные колебания. Резонанс

- **Затухающие колебания** - колебания с уменьшающейся амплитудой. Частота и период вынужденных колебаний равны частоте и периоду внешней периодически изменяющейся силой.
- **Механический резонанс** - явление резкого возрастания амплитуды вынужденных колебаний при совпадении частоты вынуждающей силы с собственной частотой кинематической системы.

$$\omega = \omega_0 \quad \text{ - условие резонанса}$$

---

## Период колебаний маятника в подвижной системе отсчёта

- При ускорении вверх:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g+a}}$$

- При ускорении вниз:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g-a}}$$

- При и ускорении вверх:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{\sqrt{g^2+a^2}}}$$

## Свободные электромагнитные колебания

- **Электромагнитные колебания** - периодические изменения заряда, силы тока и напряжения (и других электрических величин)
- **Колебательный контур** - простейшая система, состоящая из катушки индуктивности и конденсатора, в которой могут происходить свободные электромагнитные колебания.

Если  $R = 0$ , то полная электромагнитная энергия колебательного контура сохраняется

$W = W_{\mathcal{E}} + W_{\mathcal{M}} = W_{\mathcal{E}_{max}} = W_{\mathcal{M}_{max}} = const$  - закон сохранения энергии для электромагнитных колебаний

$$W_{\mathcal{E}_{max}} = \frac{q_m^2}{2C}$$

$$W_{\mathcal{M}_{max}} = \frac{LI_m^2}{2}$$

$$W_{\mathcal{E}} = \frac{q^2}{2C}$$

$$W_{\mathcal{M}} = \frac{Li^2}{2}$$

## Уравнения, описывающие свободные электромагнитные колебания

$$\begin{aligned} V &= x' & i &= q' \\ a &= x'' & i' &= q'' \end{aligned}$$

$$q'' = -\frac{1}{LC}q$$

$$x'' = -\omega_0^2 x$$

$$q'' = -\omega_0^2 q$$

$T = 2\pi\sqrt{LC}$  - формула Томсона - период свободных электромагнитных колебаний

## График гармонических колебаний

$$q = q_m \cos(\omega_0 t)$$

$$i = q' = -I_m \sin(\omega_0 t)$$

$$I_m = \omega_0 q_m$$